

史才旺, 李正波, 陈晓非. 2025. 地震波泄漏模式研究进展. 地球与行星物理论评 (中英文), 56(1): 1-25. doi: 10.19975/j.dqyxx.2024-005.

Shi C W, Li Z B, Chen X F. 2025. Advances in the research of seismic-wave leaky modes. Reviews of Geophysics and Planetary Physics, 56(1): 1-25 (in Chinese). doi:10.19975/j.dqyxx.2024-005.

地震波泄漏模式研究进展

史才旺¹, 李正波^{1,2*}, 陈晓非^{1,2*}

1 南方科技大学 地球与空间科学系, 深圳 518055

2 广东省地球物理高精度成像技术重点实验室 (南方科技大学), 深圳 518055

摘要: 地震波在层状结构中传播时会产生频散现象, 基于频散曲线特征可以反演地下速度结构. 利用从地震记录和背景噪声中提取的面波频散曲线进行反演已经成为研究近地表和岩石圈结构的重要方法. 除面波外, 近年来学者们在泄漏模式及其频散的研究和应用方面取得了重要进展. 泄漏模式可以为速度结构反演提供包括纵波速度在内的约束信息, 能够与面波频散反演优势互补, 实现更准确、全面的速度建模. 但相比于面波, 地震信号和背景噪声中的泄漏模式振幅通常较弱, 因此提取泄漏模式信息对观测技术具有较高要求; 另一方面, 研究泄漏模式需要更复杂的理论基础和数值求解技术, 所以在过去几十年间泄漏模式并未受到太多关注. 数十年来, 泄漏模式理论已随着地震学、光学和声学的相关研究而日趋完善, 并形成了有效的数值计算方法和工具, 这为泄漏模式的实际应用奠定了重要基础. 而随着高质量、高密度观测数据的增多以及数据处理技术的进步, 学者们已成功从各类型数据 (天然及人工地震、背景噪声等) 中提取到了泄漏模式信息, 并发展了基于泄漏模式的速度结构成像方法. 目前该成像方法已成功应用于天然地震、背景噪声和勘探地震的速度建模, 具有较好的应用前景. 本文首先介绍了泄漏模式的理论基础和数值计算方法, 并从敏感性角度阐述了泄漏模式对速度建模的意义; 随后本文通过回顾代表性的研究介绍了泄漏模式观测和应用方面的重要进展, 并对已提出的几种反演手段进行了比较和分析; 最后, 本文还对泄漏模式在地震成像中的关键问题进行了分析和讨论.

关键词: 泄漏模式; 频散曲线; 背景噪声; 速度结构反演

doi: 10.19975/j.dqyxx.2024-005

中图分类号: P315

文献标识码: A

Advances in the research of seismic-wave leaky modes

Shi Caiwang¹, Li Zhengbo^{1,2*}, Chen Xiaofei^{1,2*}

1 Department of Earth and Space Sciences, Southern University of Science and Technology, Shenzhen 518055, China

2 Guangdong Provincial Key Laboratory of Geophysical High-resolution Imaging Technology, Southern University of Science and Technology, Shenzhen 518055, China

Abstract: When seismic waves propagate in layered structures, dispersion phenomena occur. Based on the characteristics of dispersion curves, underground velocity structures can be estimated. Using the surface-wave dispersion curves extracted from seismic records and ambient noise for inversion is an important method to constrain the structures of the near surface and lithosphere. In addition to surface waves, significant progress has been made in the research and application of leaky modes and their dispersion in recent years. Leaky modes can provide constraint information for velocity structure inversion, including P-wave velocity, and can compensate for the short-

收稿日期: 2024-01-17; 录用日期: 2024-03-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (42374062); 国家自然科学基金青年基金资助项目 (42304066); 中国博士后科学基金资助项目 (2023M741529); 广东省地球物理高精度成像技术重点实验室 (2022B1212010002)

Supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 42374062), the National Natural Science Foundation for Young Scientists of China (Grant No. 42304066), the China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 2023M741529), and the Guangdong Provincial Key Laboratory of Geophysical High-resolution Imaging Technology (Grant No. 2022B1212010002)

第一作者: 史才旺, 男, 博士后, 主要从事频散曲线正反演的研究. E-mail: shicw@sustech.edu.cn

*通信作者: 李正波, 男, 副研究员, 主要从事背景噪声成像的研究. E-mail: lizb3@sustech.edu.cn

陈晓非, 男, 教授, 主要从事理论与计算地震学的研究. E-mail: chenxf@sustech.edu.cn



comings of surface-wave dispersion inversion, which results in more accurate and comprehensive velocity modeling. However, in comparison to surface waves, the amplitude of leaky waves in seismic records and ambient noise is typically much weaker, which leads to significant challenges for the extraction of leaky modes. Furthermore, the study of leaky modes requires a more intricate theoretical framework and numerical solution techniques, which have historically limited their attention in the scientific community. Over the past decades, the theories of leaky modes have been increasingly improved with the relevant research in seismology, optics, and acoustics, which give rise to effective numerical computation tools. This has laid a solid foundation for the practical application of leaky modes. With the increase of high-quality, high-density observational data and advancements in data processing techniques, geoscientists have successfully extracted leaky mode information from various types of data, including natural and artificial earthquakes, as well as ambient noise. This has led to the development of velocity structure imaging methods based on leaky modes. Currently, this imaging approach has been successfully applied in velocity modeling for earthquakes, ambient noise, and exploration seismology, which indicates promising potential for further utilization. In this review, we begin by introducing the theories and numerical methods of leaky modes. We further elaborate on the significance of leaky modes in velocity modeling from a sensitivity perspective. Subsequently, we review several representative studies to highlight the significant advancements in observation and analyze several proposed inversion techniques. Finally, we delve into the critical issues surrounding the use of leaky modes in seismic imaging.

Keywords: leaky mode; dispersion curve; ambient noise; velocity structure inversion

0 引 言

泄漏波是地震波在层状半空间或者全空间介质中传播时形成的波. 与面波类似, 泄漏波传播时也存在频散现象. 面波可以用模式理论中的简正模式 (normal mode) 来描述 (Aki and Richards, 1980); 而泄漏波, 则可由泄漏模式 (leaky mode 或 leaking mode; 例如, De Bremaecker, 1967) 描述. 泄漏模式和简正模式的频散都与模型结构参数息息相关, 因此都可以用于反演和地下结构成像 (例如, Boiero et al., 2013; 史才旺, 2022). 简正和泄漏模式广泛存在于地震波中, 但是由于泄漏波能量较弱导致难以观测, 泄漏模式长久以来并没有在地震学中引起广泛关注. 近年来观测技术的发展极大提升了对地震数据中弱信号的分析 and 处理能力, 因此泄漏模式的观测取得了重要进展. 对泄漏模式的分析表明, 泄漏模式能够对地下结构, 尤其是纵波速度结构的反演问题提供约束, 这将为研究地下结构特征、地球内部变化提供新的视角.

地震学中对泄漏模式的研究可以追溯到 Somville (1930), 他将地震图上一列紧随着 P 波初至的长周期 (>10 s) 的频散波列命名为 PL 相. Oliver 和 Major (1960) 测量了 PL 相的频散曲线, 并将 PL 相与地壳-地幔波导的泄漏模式联系起来. 泄漏模式以高于模型最大横波速度的相速度传播

(Phinney, 1961), 因此其到时早于面波; 泄漏模式的能量在传播过程中会不断向半空间逃逸, 因此传播过程中存在振幅衰减. 除了 PL 相外, 其他一些相也被认为可以用泄漏模式来解释 (例如, Pg 相, Shaw and Orcutt, 1984; W 相, Furumura and Kennett, 2018). 在发现泄漏模式的频散时, Oliver 和 Major (1960) 就指出可以通过这种频散曲线对地下结构进行反演, 因此引起了学界的关注. 很多学者在理论上对泄漏模式的产生机制及数值计算方法进行了大量的研究, 建立了描述泄漏模式的产生和传播的数理基础, 并初步总结了泄漏模式的频散曲线特征 (例如, Gilbert, 1964; Haddon, 1984, 1986; Watson, 1972). 特别地, 学者们发现一部分泄漏波主要与纵波有关 (De Bremaecker, 1968), 因此有潜力用于地下纵波速度结构反演. 当前, 面波频散反演一般只能得到横波速度, 纵波速度主要依靠先验信息 (Zhang et al., 2020) 和经验公式 (Brocher, 2005) 来估计. 然而不同地区、不同深度处的纵、横波波速度的经验关系存在明显差异, 估算出的纵波速度并不具备用于结构研究的能力. 同时, 不准确的纵波速度结构也会进一步影响横波速度反演的准确性. 利用面波和泄漏模式频散进行联合反演, 可以获得相对准确的纵、横波波速度结构及泊松比, 这对进一步认识地下的结构、流体以及应力状态等问题具有重要意义 (Li et al., 2018; Wang et al., 2012;

Wang et al., 2022; Zhang et al., 2019)。

在 Oliver 和 Major (1960) 的研究之后, 学者们也成功实现了泄漏模式的观测, 并利用泄漏模式的频散初步进行了岩石圈结构估计. Su 和 Dorman (1965)、Ibrahim (1969) 以及 Fujita 和 Nishimura (1991) 观测到了天然地震波的 PL 相频散, 并通过实验证明其可以反演地壳和上地幔的纵波速度. Gubbins 和 Snieder (1991) 观测了俯冲岩石圈产生的具有频散特征的泄漏波, 表现为高速、高频 (大于 3 Hz)、多相位 (模式), 并表明其符合 P 波或声波的频散特征. 早期天然地震的泄漏波观测受到震源和台站数量和位置的限制, 往往难以获得大量数据样本. 相对而言, 主动源地震勘探中的泄漏波获得更加可控, 也能够进行密集的采样. 近地表的地震勘探中经常出现类似声波的频散, 尤其常出现在被松散沉积物或风化基岩覆盖的区域 (Robertsson et al., 1996; Roth et al., 1998), 这种波主要由多次反射的声波干涉而成, 前人一般称之为“导波” (实际上是泄漏波). 水声学的研究中也经常发现相似的声波频散现象 (如, Pekeris, 1948; Warner et al., 2015), 一些学者发现在海洋拖缆 (ocean bottom cable, OBC) 接收到的气枪源数据中可以提取出耦合了海水层和海底固体层物性的高速频散曲线, 称之为“声导波” (acoustic guided wave, Klein, 2003; Klein et al., 2005). 此外, 声学测井中也经常能观测到显著的泄漏波, 其特殊性在于测井通常关注的是液-固柱面分层介质 (Paillet and Cheng, 1986), 而地震勘探、水声学更多研究的是水平层状介质中的泄漏波.

从地震波形中提取频散曲线时, 还需要结合有效的频散测量方法. 早期地震学中由于台站稀少, 一般仅能够使用单、双台法结合信号时频分析方法进行测量 (例如, Dziewonski et al., 1969; Landisman et al., 1969; Levshin and Ritzwoller, 2001; Yao et al., 2005). 但是由于信号中通常同时包含多阶能量相近的泄漏模式, 多模式之间的串扰会对频散测量造成影响, 所以单台法在拾取精度上存在局限性. 在近期的地震台阵观测以及地震勘探的观测中, 以频率-贝塞尔变换为代表的多道频散分析方法展现出了提取多阶、不同类型泄漏模式频散的能力. 基于这类方法, 学者们已在天然地震、背景噪声、地震勘探以及分布式光纤 (DAS) 数据中成功观测到了泄漏模式信号 (Fichtner et al., 2023; Li et al., 2021a, 2022; Shi et al., 2023), 这为近地表、壳幔尺度的

速度建模提供了更多约束信息.

随着观测和数据处理技术的进步, 泄漏模式已经越来越多地出现在勘探和地震学研究中, 随之而来的是众多对泄漏模式频散特征、反演方法的研究和讨论. 利用地震或噪声数据测量面波频散曲线是地下横波速度结构成像的重要工具, 而泄漏模式信息的加入能够进一步引入纵波的速度信息, 这无论对于岩石圈还是浅地表结构研究都非常具有吸引力. 本文拟从理论基础、观测技术进展以及正反演方法进展几个方面对泄漏模式进行详细介绍.

1 泄漏模式理论

在地震学中, 简正模式的定义通常是能量传播方向完全受介质界面的引导、并且所有能量都被束缚在界面附近的模式 (例如, De Bremaecker, 1967), 而泄漏模式的能量会以横波、纵波或者两者皆有的形式辐射到无限大介质中. 前人研究中的 Pn 相 (Hearn, 1984)、W 相 (Furumura and Kennett, 2018) 以及一些导波 (例如, Roth et al., 1998; Sun et al., 2021) 都属于泄漏模式的范畴. 值得一提的是, 泄漏模式在不同文献中可能有不同的名称, 在 20 世纪六七十年代, 地震学中的泄漏模式研究刚起步时, 学者一般称之为“leaking mode”. 而近年来“leaky mode”一词的使用频次增多, 这与电磁学、声学的习惯称呼保持了一致. 在国内文献中, 泄漏模式也被称为漏能振型 (例如, 吴勃, 2016).

1.1 泄漏波产生机制

从地震数据中观测到的频散特征, 本质上都是以不同方式传播的纵、横波干涉叠加的结果. 通过分析不同角度入射波的传播, 可以得到泄漏波的产生、传播和衰减的简单认识. 以两层介质为例, 图 1 展示了纵、横波以不同角度入射到界面上所产生的波的传播情况. 图 1 中上下层的纵波速度 α 和横波速度 β 满足: $\beta_1 < \beta_2 < \alpha_1 < \alpha_2$. 以符号 S、RS、TS 分别表示入射、反射和透射横波, P、RP、TP 分别表示入射、反射和透射纵波, SW 表示界面滑行波, 数字下标表示入射角不同的波产生的场.

首先考虑横波入射, 图 1a 展示了三种不同入射角的波场传播情况. 以角度 θ 入射的平面波, 在地表观测的视速度 (相速度) 为 $\beta_1/\sin\theta$, 所以入射角越小则相速度越大. 图 1a 中蓝色线表示横波以小角度入射, 此时会有部分透射横波和纵波泄漏到半

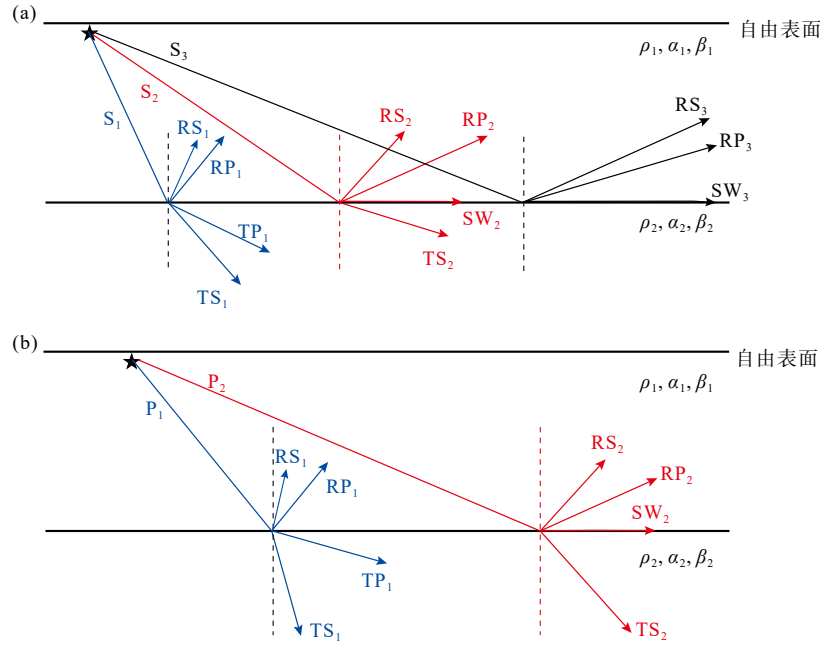


图 1 简正和泄漏模式的产生原理示意图。(a) 横波入射时的波场传播路径；(b) 纵波入射时的波场传播路径。符号 S、RS、TS 分别表示入射、反射和透射横波，P、RP、TP 分别表示入射、反射和透射纵波，SW 表示界面滑行波，数字下标表示入射角不同的波产生的场

Fig. 1 Schematic diagram of the generation of normal and leaky modes. (a) Propagation path of S-wave incidence; (b) Propagation path of P-wave incidence. The symbols S, RS, and TS represent incident, reflected, and transmitted S waves, P, RP, and TP represent incident, reflected, and transmitted P waves, SW represents sliding waves, and the numerical subscripts represent different incident angles

空间中，并且入射角越小，能量泄漏越剧烈。图 1a 的红色线表示横波以稍大的角度入射，该入射角只产生透射横波但无透射纵波。此时透射横波会将能量泄漏进半空间，但由于没有产生透射纵波，因此其能量泄漏程度弱于蓝线所示的情况。图 1a 的黑色线表示横波以大角度入射，此时透射纵波和横波都不存在，则该入射-反射过程不会发生能量泄漏，这种情况符合简正模式的传播特点。注意不产生透射波的条件是波场射线入射角 θ 满足 $\sin \theta \leq \beta_1 / \beta_2$ 。在入射角刚好为临界角，即 $\sin \theta = \beta_1 / \beta_2$ 时，以该角度入射的平面波在水平方向上的视速度（相速度）刚好为 $\beta_1 / \sin \theta = \beta_2$ 。这说明，在满足没有波场能量泄漏到半空间的条件下，波传播的最大相速度等于半空间横波速度，这与面波频散曲线的相速度范围一致。以更高相速度传播的波需要更小的入射角，此时部分波透射进入半空间，从而产生泄漏波。针对简正模式的传播速度范围，何晓（2010）给出了更为详细的理论解释。

之后考虑纵波入射的情形，当入射角较小时（如图 1b 蓝线所示），波传播的相速度高于模型纵波速度范围。此时相当一部分能量会以透射纵波和横波的形式进入半空间，造成剧烈的能量泄漏。实际观测中，这种类型的入射方式能量衰减太快，难以

形成稳定可观测的波信号。而入射角达到纵波的临界角时（如图 1b 红线所示），仅有透射横波可以进入半空间，考虑到这里的透射横波是转换波，其能量占比十分有限，所以大部分入射波能量仍然以纵波形式在第一层中传播。在图 1b 红线所描述的传播过程中，第一层内的波场能量以很慢的速度衰减，绝大部分波场能量依然可以视为被第一层的低速介质引导。这些波的相速度处在纵波速度范围，对应于地震记录上 P 波初至之后、S 波初至之前到达波列。由于衰减弱，这些波往往能传播到很远处，在一些文献中被称为“导波”（guided waves）。需要指出的是，“导波”一词在实际使用中可能有不同的含义。严格意义上的导波，是指在传播过程中能量总是被束缚在界面附近（如瑞利波）或界面之间（如 Lamb 波）的波，不会有能量被辐射到半空间。从这个定义来说，面波及其高阶模式都属于导波的一部分。在光学和声学研究中，“导波”一词大多遵循了原本的物理意义。而在一些地震学文献中，“导波”与天然地震中 PL 相的概念类似，是为了与 S 波之后的面波区分的一种叫法（Ernst, 2007; Sun et al., 2021）。在文献阅读中需要依据场景判断“导波”一词的真实含义。由于真实波场传播存在 P 波和 S 波的耦合，图 1b 的纵波到达下界面时总

会有部分能量以转换 S 波的形式逃逸到半空间,因此这种情况下观测到的“导波”频散曲线实际上并不是严格意义上的导波模式,而是一种泄漏模式(如, [Carcione and Helle, 2004](#)). 只不过在一些大泊松比的环境中(如浅海或浅地表),纵横波的耦合度很低,可能导致观测到的这部分泄漏模式频散与纯声波理论下的导波频散几乎一致. 另外,由于这部分波场能量以纵波为主,且没有能量以纵波形式向半空间泄漏,所以这些波也称为 P 导波(guided-P waves),本文即采用这种叫法. 贡献出 P 导波的模式称为 P 导波模式,这种模式由纵波主导,并且不向半空间辐射纵波能量,因此沿波导传播时衰减速度很慢.

对于图 1a、1b 中以红线描述的泄漏波,其相速度范围为半空间横波速度以上、半空间纵波速度以下. 由于 P 导波的存在,该速度范围内的频散特征获得了较多的关注. [Cochran 等 \(1970\)](#) 在对该范围内泄漏模式的研究中提出了两种模式类别: Σ 模式和 Π 模式. 其中, Σ 模式具有相对强衰减、低群速度的特征,表示的都是泄漏模式中主要由横波控制的部分. Σ 模式产生机制主要可以由图 1a 中的红线描述, Σ 模式以横波为主,入射到界面时产生的透射横波能量强,导致能量衰减较快,这解释了 Σ 模式的强衰减性. Π 模式具有相对弱衰减、高群速度的特征,它与前文所说的 P 导波模式是一致的,表示的都是泄漏模式中主要由纵波控制的部分. Π 模式产生机制主要可以由图 1b 的红线描述,纵波以一定角度入射时只产生较弱的透射横波,导致能量衰减较慢,这解释了 Π 模式的弱衰减性. 此外,SH 波只依赖于横波速度,因此其泄漏模式只包含 Σ 模式.

1.2 泄漏模式的数学原理

从射线角度很容易理解产生能量泄漏的机制,而为了更准确地描述泄漏波的频散和衰减特征,通常借助层状模型中弹性波的模式理论([Aki and Richards, 1980](#); [Jensen et al., 2011](#)). 在由多层半空间模型描述的地下结构中,地震波可以表述为一系列模式的叠加([De Bremaecker, 1967](#); [Haddon, 1984, 1987](#)). 这些模式都反映了该部分地震波的运动性质,并且每个模式都具有自己的振动特征(包括特征频率、特征位移和特征应力等). 对 [Oliver 和 Major \(1960\)](#) 观测到的 PL 相进行理论解释时发现,它与体波和能够理论预测的面波都没有明显

的关系,所以学者们将用模式叠加表达的震源响应进行推广,引入泄漏模式的概念. 早期的震源响应(或格林函数)由简正模式和交割线积分构成,无法明确表示泄漏模式的贡献. 若要明确泄漏模式对波场的贡献,就需要改变交割线的路径,从而将震源响应中被积函数的分母(频散方程)位于非可用的黎曼页(forbidden Riemann sheets)上的复数根暴露出来,这些复根就代表泄漏模式. [Rosenbaum \(1960\)](#) 通过一系列的积分回路变形,成功将复数根包含在模式解当中. 在此基础上, [Phinney \(1961\)](#) 和 [Gilbert \(1964\)](#) 将该方法推广到了海洋和多层固体模型中. [Haddon \(1984, 1986, 1987\)](#) 利用简正和泄漏模式的叠加对层状介质中的地震波场进行了理论计算. [何晓 \(2010\)](#) 针对 TI 孔隙地层,通过留数定理和交割线积分计算了声波测井中的泄漏波,并讨论了其衰减特征及对全波的贡献. 为了方便理解,本文仅将前人所做的工作进行简要介绍,详细理论推导可参考前人著作(例如, [Aki and Richards, 1980](#); [Haddon, 1986](#)).

模式分析通常基于频率-波数域波动方程进行,对满足柱对称性质的水平层状模型(图 2),该方程可以由空间域波动方程在柱坐标下进行矢量波数展开获得(例如, [Chen, 1999](#)). 在不考虑震源项的情况下,均匀各向同性介质中的 SH 和 PSV 波的频率-波数域波动方程可以描述为:

$$\rho\omega^2 U_T(z, \omega, k) - k^2 \mu U_T(z, \omega, k) + \mu \frac{\partial^2 U_T(z, \omega, k)}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

$$\rho\omega^2 U_S(z, \omega, k) - k^2 (\lambda + 2\mu) U_S(z, \omega, k) + \mu \frac{\partial^2 U_S(z, \omega, k)}{\partial z^2} - k(\lambda + \mu) \frac{\partial U_R(z, \omega, k)}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\rho\omega^2 U_R(z, \omega, k) - k^2 \mu U_R(z, \omega, k) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 U_R(z, \omega, k)}{\partial z^2} + k(\lambda + \mu) \frac{\partial U_S(z, \omega, k)}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

其中, ω 是圆频率, k 代表水平波数, z 代表深度, $\mu = \rho\beta^2$ 和 $\lambda = \rho\alpha^2 - 2\rho\beta^2$ 代表拉梅常数, α 是纵波传播速度, β 是横波传播速度, $U_T(z, \omega, k)$ 代表 SH 波的位移场, $U_S(z, \omega, k)$ 和 $U_R(z, \omega, k)$ 则分别表示 PSV 波的水平 and 垂直位移场.

对图 2 所示的半空间水平层状模型,本文首先给出基于留数的波场表达,并引出泄漏模式的数学意义. 为此,需要回到层状介质波场格林函数的波数积分表达式中. 采用波数积分法进行波形正演时,PSV 和 SH 波的格林函数都可以表示为在实波数轴上进行的广义积分:

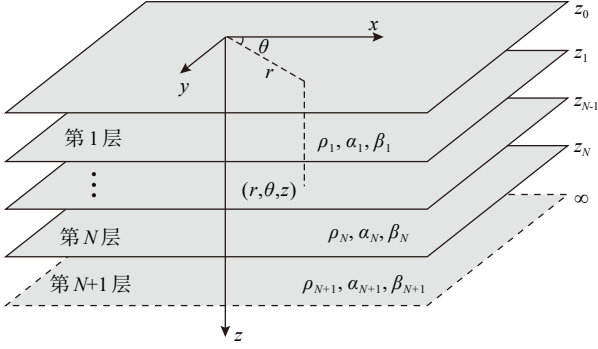


图2 水平层状模型示意, α 、 β 和 ρ 分别表示纵横波速度和密度

Fig. 2 Illustration of a horizontal stratified model. α , β and ρ represent P/S wave velocities and density, respectively

$$G(r, \theta, z, \omega) = \sum_m \int_0^{+\infty} F_m(\theta) \frac{A_m(z, \omega, k)}{S(\omega, k)} J_m(kr) k dk \quad (4)$$

其中 $F_m(\theta)$ 与震源和方位角有关, $A_m(z, \omega, k)$ 是非零函数, $S(\omega, k)$ 是频散函数, $J_m(\cdot)$ 为 m 阶第一类贝塞尔函数. 式 (4) 是复平面上沿正实轴方向的广义积分, 为了方便处理, 可以引入如下函数关系 (Zhou and Zhang, 2020):

$$J_m(kr) = \frac{1}{2} [H_m^{(1)}(kr) + H_m^{(2)}(kr)] \quad (5)$$

$$H_m^{(1)}(-kr) = (-1)^{m+1} H_m^{(2)}(kr) \quad (6)$$

其中 $H_m^{(1)}(\cdot)$ 和 $H_m^{(2)}(\cdot)$ 分别为第一、二类汉克尔函数. 此时式 (4) 可以改写为沿着整个实轴的广义积分 (Haddon, 1987):

$$G(r, \theta, z, \omega) = \frac{1}{2} \sum_m \int_{-\infty}^{+\infty} F_m(\theta) \frac{A_m(z, \omega, k)}{S(\omega, k)} H_m^{(2)}(kr) k dk \quad (7)$$

在实频率以及完全弹性模型中, 被积函数实波数轴上会存在多个极点, 因此格林函数难以通过直接的数值积分来获得. 而实波数轴上每一个极点都满足 $S(\omega, k) = 0$, 代表一个频散点, 每一个频散点可以描述一个传播的模式. 同时, 考虑到 $S(\omega, k)$ 其

实是一个多值函数, 式 (7) 的积分路径上还存在支点, SH 问题中仅存在一个支点为 $k = \omega / \beta_{N+1}$, PSV 问题中的两个支点分别为 $k = \omega / \alpha_{N+1}$ 和 $k = \omega / \beta_{N+1}$, 而相应的分割线则可以选择从支点到无穷远处的任意曲线. 频散函数的多值性来源于半空间垂向波数的不确定性, 这是因为当水平波数为 k 时, 纵波的半空间垂向波数应满足如下的平方关系:

$$v_{N+1}^2 = \omega^2 / \alpha_{N+1}^2 - k^2 \quad (8)$$

类似地, 横波的半空间垂向波数应满足:

$$\gamma_{N+1}^2 = \omega^2 / \beta_{N+1}^2 - k^2 \quad (9)$$

此时 v_{N+1} 和 γ_{N+1} 都存在二值性, 因此 v_{N+1} 和 γ_{N+1} 可以形成四种组合, 进而导致与其有关的频散函数 $S(\omega, k)$ 存在于四个黎曼页上. 这四个黎曼页根据纵向波场的衰减系数, 即负的半空间纵向波数虚部 $-\text{Im}(v_{N+1})$ 和 $-\text{Im}(\gamma_{N+1})$ 的符号, 可以记为 $(+, +)$ 、 $(+, -)$ 、 $(-, +)$ 和 $(-, -)$, $+$ 代表该类型波的振幅进入半空间后即呈指数衰减. 依据辐射边界条件, 即无穷远处的波场应当衰减到 0, 所以波场积分式 (7) 应仅定义在 $(+, +)$ 黎曼页上.

模式理论是利用留数定理, 把式 (7) 的积分表示为多个离散的模式与支割线积分的贡献, 从而实现各模式贡献的解耦. 最早的模式叠加理论将波场分解为有限个简正模式的留数以及沿支割线的积分, 通过前者的叠加即可计算面波, 后者则可表示泄漏波. 留数定理要求选择的闭合积分路径应绕过被积函数支点和支割线. 由于支割线的选择是任意的, Ewing 等 (1957) 首先选择了 Sommerfeld 割线, 即满足 $\text{Im}(\gamma_{N+1}) = 0$ 和 $\text{Im}(v_{N+1}) = 0$ 的两条曲线作为支割线, 这种支割线取法也称为 EJP 支割线. 特别地, 在实频率、完全弹性介质下, 与两个支点有关的 Sommerfeld 割线刚好都落在坐标轴上, 如图 3a 所示.

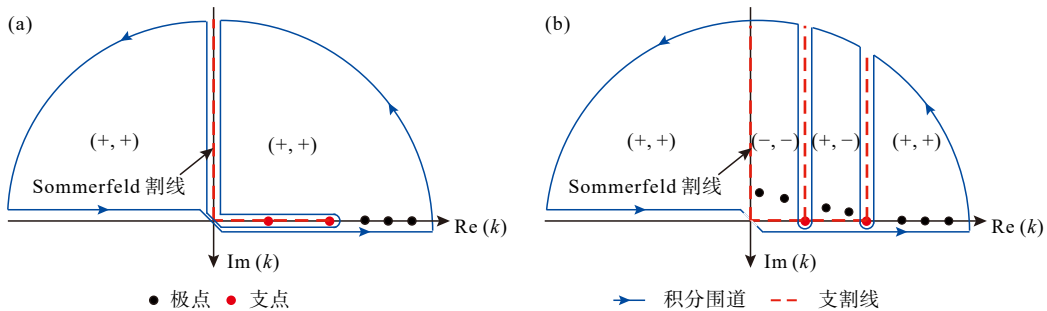


图3 计算 PSV 波场时使用不同支割线的积分围道. (a) EJP 支割线; (b) Pekeris 支割线

Fig. 3 The integration contour using different branch cuts when calculating the PSV wavefield. (a) EJP branch cut; (b) Pekeris branch cut

在图 3a 所示的围道积分中, 由大圆弧引理可知沿大圆路径的积分为 0. 那么基于留数定理, 式 (7) 的实轴积分可表达为沿交割线的积分与 (+,+) 黎曼页上的频散点留数的综合贡献 (Ewing et al., 1957). (+,+) 黎曼页上频散点 (即简正模式) 的留数, 体现的是波场中的面波部分, 而泄漏波的部分实际上是由围绕交割线的积分表示的. 不难发现, 这种波场组成中并没有直接体现泄漏模式对波场的贡献. 通过简正模式的叠加可以计算面波波场, 并可简单准确地描述面波的传播和衰减特征. 而交割线的积分虽可以表述泄漏波的波场, 但却无法像模式理论那样方便地描述泄漏波场的传播速度、衰减等性质. 为了让泄漏模式的贡献显现出来, 可以通过选择垂直的交割线改变积分回路 (图 3b), 这种交割线取法称为 Pekeris 交割线 (Jensen et al., 2011). 特别地, 为了保证被积函数在积分路径上解析, 当积分回路穿过 Sommerfeld 割线时, 被积函数应当切换到另一个黎曼页上 (胡恒山等, 1999). 再结合留数定理, 则式 (7) 的实轴积分可以表示为多个黎曼页零点的留数和沿交割线积分的综合. 如图 3b 所示, 此时 (+,+), (+,-) 和 (-,-) 黎曼页上的频散点对波形都有贡献, 其中 (+,+) 黎曼页上的频散点代表简正模式, 它们贡献出了面波. (+,-) 和 (-,-) 黎曼页上的频散点都是泄漏模式. (+,-) 黎曼页上的零点实际上对应着图 1 中红线所描述的能量泄漏情况, 即只有 S 波能量进入半空间. 这种泄漏模式的衰减强度相对而言较小, 因此能够在相当大的距离范围内观测到, 地震学中 P 导波的观测案例都可用这一类型的模式来解释. (-,-) 黎曼页上的零点实际上对应着图 1 中蓝线所描述的能量泄漏情况, 即 P、S 波能量都能进入半空间, 此时能量衰减很强, 正因如此, 目前尚没有在天然地震资料中的观测案例. 这一类型的泄漏模式多见于在近地表人工改造的区域实施的地震勘探, 如路基结构的勘察 (Ryden and Lowe, 2004; 杨天春等, 2013). 主要原因是路面通常是高速体, 在 Snell 定律下, 无论入射角大小, 由浅层高速体

向下伏低速体 (半空间) 的能量泄漏都必然存在. 而由于路面与路基的速度差异较大, 能量泄漏速度很慢, 因此能够较容易地观测到. 此外, 频散函数在 (-,+) 黎曼页上也存在零点, 但图 3b 的围道积分并不会进入该黎曼页, 因此不必考虑.

结合图 3b 展示的积分路径, 在实际频散分析中需要考虑的模式类型及其相速度分布范围可以用表 1 来说明. 泄漏模式中, 由于 (+,-) 黎曼页的模式衰减较弱, 具有更强的可观测性, 因此是大部分理论和观测工作的研究重点.

1.3 泄漏模式的正演模拟

1.3.1 频散曲线

同面波一样, 直接通过理论计算出泄漏模式的频散曲线是对其进行研究的最直观手段. 正演是反演的基础, 如何实现泄漏模式的准确、稳定的正演计算, 也是实现泄漏模式反演成像的关键. 无论简正还是泄漏模式, 在数学上它们都是波动方程的非平凡解 (non-trivial solutions), 其求解过程都是寻找符合波动方程和对应边界条件的波数 k 及相应波场函数的过程. 该问题是一个非线性特征值问题, 其特征值为 k , 称为特征波数. 对于面波, 频散曲线的计算最终转化为一个实数域的复杂函数求根问题, 目前已经发展出多种较为成熟数值算法 (Chen, 1993; Haskell, 1953; Kennett, 1974; Knopoff, 1964; Thomson, 1950) 和软件工具 (Geopsy team, 2017; Herrmann, 2013, 2018). 然而泄漏模式对应的是复波数, 这意味着泄漏模式的求解是一个更高维的求根问题, 传统的针对面波简正模式的实轴搜根方法将难以保证解的完整性. 现有的泄漏模式计算方法主要分为搜根法和特征值分解法两类. 搜根法又包括迭代法 (例如, Wu and Chen, 2017) 和幅角原理方法 (Brazier-Smith and Scott, 1991; Chen et al., 2000; Delves and Lyness, 1967; Ivansson and Karasalo, 1993). 迭代法首先从泄漏模式根的一系列估计值开始, 运用迭代算法逼近准确的根. 迭代方法效率很高, 但主要缺点是对根的估计必须足够

表 1 黎曼页与模式类型的对应关系

Table 1 Correspondence between Riemann pages and mode types

黎曼页	波数关系	模式类型	相速度范围
(+,+)	$\text{Re}(\gamma_{N+1}) > 0$ 且 $\text{Re}(\gamma_{N+1}) > 0$	简正模式 (面波)	低于 β_{N+1}
(+,-)	$\text{Re}(\gamma_{N+1}) > 0$ 且 $\text{Re}(\gamma_{N+1}) < 0$	泄漏模式 (P 导波, Σ 模式)	高于 β_{N+1} 且低于 α_{N+1}
(-,-)	$\text{Re}(\gamma_{N+1}) < 0$ 且 $\text{Re}(\gamma_{N+1}) < 0$	泄漏模式	高于 α_{N+1}

可靠, 否则可能会出现漏根问题. 为了解决漏根问题, 人们发展了更加通用的基于幅角原理的求根方法. 对于给定的闭合积分路径 (围道), 幅角原理可以确定频散函数在围道内的零点数量:

$$N_0 - P = \frac{\Delta_c \text{Arg } S(\omega, k)}{2\pi} \quad (10)$$

其中 N_0 为围道内零点数量, P 为极点数量, $\Delta_c \text{Arg } S(\omega, k)$ 代表在复波数平面上沿围道绕行一圈时, 频散函数 $S(\omega, k)$ 的辐角变化量. 为了得到零点数量 N_0 , 通常需要保证极点数量 P 为 0. 这里需要注意, 采用不同方法构建的频散函数可能具有不同的极点数量, 例如以 Haskell 矩阵 (Haskell, 1953) 及其改进方法构建的频散函数不存在极点, 而以广义反透射系数法 (GRTM; Chen, 1993; Wu and Chen, 2016, 2022) 构建的频散函数存在多个极点. 对每个根进行求解时, 一种方法是通过对围道的区域进行逐步分割, 多次利用幅角原理逐步缩小复根的所在范围, 从而实现对每个复根的精确定位 (Brazier-Smith and Scott, 1991; Ivansson and Karasalo, 1993); 另一种方法是利用留数定理构建一个与该频散函数具有相同零点的多项式, 将频散函数零点求解问题转化为更简单的多项式求根问题 (Chen et al., 2000; Delves and Lyness, 1967). 对于任意分层模型, 幅角原理法仍然需要对泄漏模式在复平面上的分布范围进行可靠估计, 从而给出合理的围道, 这一点在很多情况下并不容易做到. 另外, 该方法需要更加精细的数值处理, 以规避在幅角原理法实施过程中可能出现的高频不稳定 (Chen, 1993; Knopoff, 1964; Thrower, 1965) 和数值积分不准确等问题.

相对于基于频散函数的搜根法, 有限元结合特征值分解的离散化求解算法 (Kausel, 2005; Lysmer, 1970) 在处理模式的复波数问题时具有独特的优势. 这是因为不论特征值是否是实数, 现有的特征值分解方法都可以快速稳定地计算出矩阵的所有特征值. 但是使用该方法需要满足特定的条件, 即需要导出线性特征值问题 (Hayashi and Inoue, 2014). 求解简正模式时, 由于其特征位移在半空间中呈指数衰减, 采用截断边界条件 (即用一个厚层替代半空间, Haney and Tsai, 2017) 或半无限元法 (Hawkins, 2018; Valenciano and Chaplain, 2005) 都能得到简单的线性特征值问题. 然而, 泄漏模式的特征位移在半空间并不衰减 (例如, Gilbert, 1964; Haddon, 1984), 因此这两种方法都无法直接应用于泄漏模式. 边界元法 (Mazzotti et al., 2013) 以及解析透明边界条

件 (Hayashi and Inoue, 2014; Uranus et al., 2004) 可以在不离散半空间层的情况下准确描述波场. 但是应用于固体介质时, 这些方法需要求解复杂的非线性特征值问题, 这与采用离散化方法求解泄漏模式的初衷是违背的. 为了将特征值问题线性化, 学者们对半空间中的波场边界条件提出了多种处理方案, 包括近似处理和精确处理. 采用人工边界条件近似半空间层是一种常用方案 (Kausel, 2005), 其中完美匹配层 (perfectly matched layer, PML) 技术已被广泛应用 (Huang et al., 1996; Treysede et al., 2014; Treysede, 2016; Vaziri Astaneh and Guddati, 2016). PML 技术应用简单, 主要缺点是会引入依赖于 PML 参数的 Berenger 模式 (Zhu et al., 2010) 以及不合理的 PML 参数导致的求解精度降低. Shi 等 (2022) 提出了一种更加精确的半解析谱元法, 该方法引入波动方程的第一和第三类边界条件重构了半空间边界条件的数学表达, 成功将模式求解问题描述为形如 $\mathbf{AU} = k\mathbf{BU}$ 的矩阵特征值问题. 该方法无需任何先验信息, 并可同时求解 $(+, +)$ 、 $(+, -)$ 两个黎曼页上的模式, 这种优点使得该方法有潜力成为地震学中泄漏模式计算、分析和反演的有力工具. 表 2 显示了简化的 CIT 11 GB 模型, 针对这个模型, 半解析谱元法能够同时计算出简正模式、P 导波模式和 Σ 模式 (图 4). 值得注意的是, 图 3 及表 1 考虑的泄漏模式均具有大于半空间 V_s 的相速度, 然而在数学上符合波动方程和给定边界条件的模态解在相速度小于半空间 V_s 的范围内也具有分布 (见图 4b). 但是我们通常并不会独立地考虑此类模式, 因为这些模式并不在图 3b 选择的积分围道范围内. 同时, 对于模型内部传播的地震波场, 交割线积分的贡献较弱 (Haddon, 1986), 在泄漏波的频散问题中往往可以忽略.

1.3.2 理论频散谱

频散谱也是一种刻画模式频散特征的有效手段

表 2 简化的 CIT 11 GB 模型

Table 2 Modified CIT 11 GB model

层号	纵波速度/(km·s ⁻¹)	横波速度/(km·s ⁻¹)	密度/(g·cm ⁻³)	厚度/km
1	6.58	3.55	2.9	35
2	8.05	4.6	3.5	34
3	7.75	4.31	3.47	54
4	8.19	4.55	3.6	225
5	8.84	4.92	3.8	102
6	9.82	5.4	3.95	203
7	10.6	5.8	4.15	∞

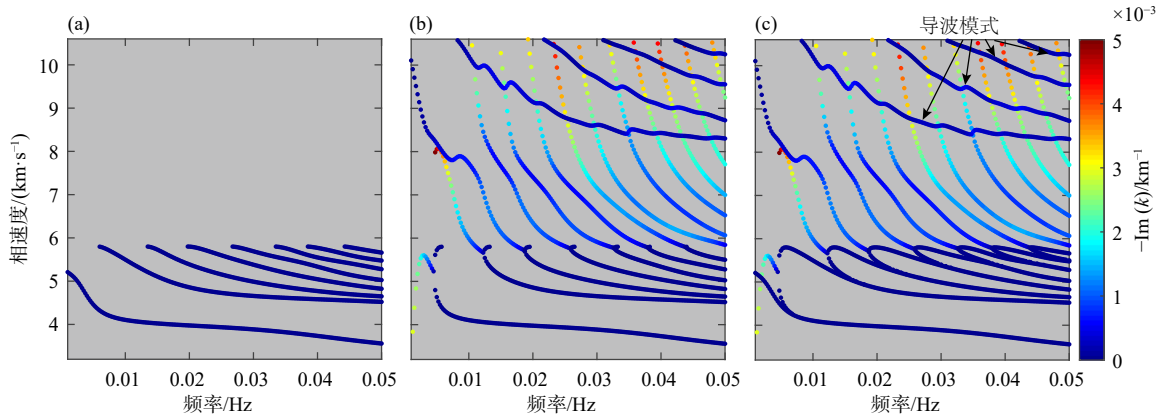


图 4 简化 CIT 11 GB 模型的 PSV 波模式解。(a) 简正模式; (b) (+, -) 黎曼页上的泄漏模式; (c) 完整的简正和泄漏模式的相速度 (引自 Shi et al., 2022)

Fig. 4 PSV modal solutions of the modified CIT 11 GB model. (a) Normal modes; (b) Leaky modes on the (+, -) Riemann sheet; (c) The combination of the normal and leaky modes (from Shi et al., 2022)

(Li et al., 2021a; Wang et al., 2019), 并且相对于频散曲线, 泄漏模式频散谱的计算更加简单. 一种可行的计算方式是: 首先合成波形, 再将其变换到频率-波数域中. 这个变换过程的本质是利用傅里叶变换或汉克尔变换的性质, 从观测地震记录 (格林函数) 中恢复式 (7) 中的被积函数 $g = F_m(\theta) \frac{A_m(z, \omega, k)}{S(\omega, k)}$ (也称为核函数) 或其近似函数的过程. 然而, 基于合成记录的变换不可避免地会遇到波形正演的精度限制、离散采样造成的假频以及有限排列长度导致的频谱泄漏 (即旁瓣) 等问题. 通过直接计算核函数, 以上问题均可以规避. 从式 (7) 中可以发现, 核函数是一个以频散函数为分母的复变函数. 在频散点附近频散函数会趋于局部极小值, 核函数则刚好趋于局部极大值, 那么核函数的振幅强弱也可以直接反映频散特征. 所以, 我们称通过核函数得到的谱为理论频散谱 (例如图 7a). 通过追踪频散谱的能量极大值位置可以较为容易地获得各模式的相速度近似值.

核函数是利用波数积分法合成波形的基础, 可以用任意传播矩阵一类的方法计算 (例如, Chen, 1993; Haskell, 1953). 但在实频率-实波数 (相速度) 域进行计算时, 简正模式的频散点刚好是核函数的奇点, 因此直接计算会导致数值不稳定. 实际操作中会给频率一个较小的虚部或者给模型添加较弱的黏弹性以规避奇点问题. 由于不考虑复波数, 因此理论频散谱不能直接反映模式的衰减信息, 但其优点是能够通过核函数的幅值直观反映不同模式的能量强弱, 在模型准确时与实际观测到的频散谱具有良好的对应关系. 例如, 由于高频段的 Σ 模式普遍具有较高的衰减系数, 其在理论频散谱中通常能量

很弱以至于可能无法识别, 仅有低频 Σ 模式有机会被提取到, 这一点与目前的实际观测结果是吻合的 (Li et al., 2021a, 2022).

1.4 泄漏模式的特征波数和特征波场

Rosenbaum (1960) 和 Phinney (1961) 证明了泄漏模式是由频散函数在 (+, +) 黎曼页以外的零点引起的, 这导致了泄漏模式表现出与面波简正模式极为不同的振荡和传播特征. 众所周知, 完全弹性介质中面波模式的特征波数是实数 (Wu and Chen, 2016), 这表示面波可以沿着层状模型进行无衰减的传播. 然而泄漏模式的特征波数是复数, 这说明泄漏模式波在沿着层状模型传播时存在能量衰减, 而衰减的能量则是进入了半空间. 对某些特殊模型, 其泄漏模式的特征波数可能因为展现出太小的虚部而被误认为是实数, 但高精度的数值计算仍然能够准确反映它们的弱衰减特征 (García-Jerez and Sánchez-Sesma, 2015).

对于特征值问题, 每一特征波数 k 都有对应的特征函数. 在波动问题中, 该特征函数由波场函数组成, 因此称为特征波场. 特征波场能够反映该模式的固有振动特征, 如不同深度的振幅, 不同分量的振幅差异等. 简正模式的特征波场振幅在半空间内总是随深度的增加而减小, 满足辐射边界条件, 即无穷远处波场为零. 而泄漏模式的特征波场展现出与面波简正模式截然不同的性质, 泄漏模式的特征波场振幅在半空间内会随着深度增加而呈指数增大 (Alsop et al., 1974; Collin, 1990; Gilbert, 1964; Haddon, 1984; Jensen et al., 2011; Shi et al., 2023). 这是泄漏模式特征波场极为重要的特征, 意味着它们不再满足辐射边界条件 (图 5). 数学上解释这

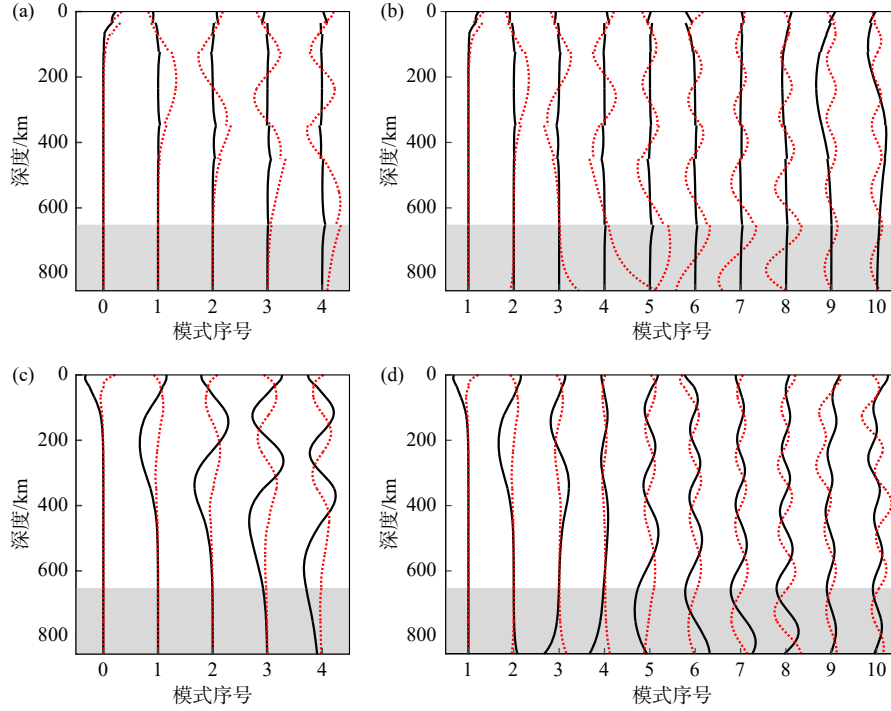


图 5 0.03 Hz 时简化 CIT 11 GB 模型中各模式特征波场的实部, 灰色区域表示半空间。(a) 简正模式和 (b) 泄漏模式的纵波 (黑) 和横波 (红) 势函数; (c) 简正模式和 (d) 泄漏模式的垂直 (黑) 和水平 (红) 位移 (引自 Shi et al., 2022)

Fig. 5 Real parts of the eigen wavefields at 0.03 Hz. The top row shows the wave potentials of (a) normal and (b) leaky modes. The black and red lines represent the P- and S-wave potentials, respectively. Discontinuities can be found in both black and red lines because the potentials are not continuous when passing through the interfaces. The bottom row shows the displacements of (c) normal and (d) leaky modes. The black and red lines represent vertical and horizontal displacements respectively. The curves in the grey regions represent the wavefields in the half-space (from Shi et al., 2022)

种指数增长的波场并不复杂 (Treyssede et al., 2014), 以 SH 波为例, 只需要考虑半空间内的波数关系: $k^2 + \gamma_{N+1}^2 = \omega^2 / \beta_{N+1}^2$. 对于一个泄漏模式, 它的特征波数应该满足 $\text{Re}(k) \geq 0$ 和 $\text{Re}(\gamma_N) \geq 0$, 代表沿波场水平正向传播时向底部半空间传播能量. 仅考虑实频率和弹性介质时, ω^2 / β_{N+1}^2 为实数, 而泄漏模式的特征波数的虚部 $\text{Im}(k) < 0$. 那么显然半空间纵向波数需要满足 $\text{Im}(\gamma_{N+1}) > 0$ 才能使波数关系成立, 这说明半空间的泄漏模式特征波场在深度上是增加的. 然而, 总波场并不因为泄漏模式的特征波场而在无限远处变得发散. 这是因为图 3b 所示的积分回路表明, 完整的波场解应由三部分贡献而成, 包括简正模式、泄漏模式和支割线积分. 在考虑模型内部波场时, 仅使用泄漏模式就可以很好地描述泄漏波的传播和能量损失特征 (Alsop et al., 1974; Hu and Menyuk, 2009; Snyder and Love, 1983), 而在准确计算总波场时则需要考虑支割线积分的贡献, 这一结论得到了多个数值实验的佐证. 以声学测井为例, 何晓和胡恒山 (2008) 通过数值计算验证了同时考虑各模式和支割线积分可以获得准确的全波场, 当缺少一条或多条支割线积分时,

所获得的波场与真实波场则不能实现准确匹配 (图 6; He and Hu, 2010). Zheng 和 Hu (2017) 研究了随钻测井中泄漏模式与 P 波 (支点) 割线积分各自对应的时域波形, 他们发现在软地层中二者对随钻地层纵波的贡献不能分离, 否则不是有物理意义的波动信号.

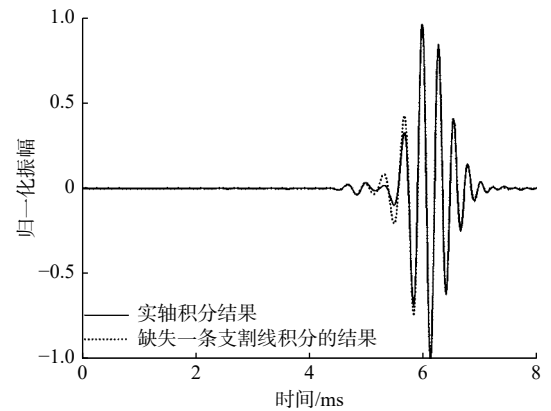


图 6 缺失一条支割线积分的波场与全波场 (实轴积分结果) 的对比 (引自 He and Hu, 2010)

Fig. 6 Comparison between the sum of component waves without consideration of a branch-cut integral and the true waves (real-axis-integration result) (from He and Hu, 2010)

1.5 泄漏模式的敏感度

Cochran 等 (1970) 最早对 (+,-) 黎曼页上的泄漏模式进行了分类和敏感度分析, 并指出了 Π 模式 (或 P 导波模式) 和 Σ 模式分别对纵、横波速度的约束能力. 总体上, P 导波模式对纵波速度更敏感, Σ 模式对横波速度更敏感, 模型的纵横波速度差异越大, 这种分异会越明显. 另外, P 导波对横波速度的总体敏感度虽然较弱, 但在很多情况下依然可以提供一定的横波速度约束 (Li et al., 2021a; Shi et al., 2023), 尤其对近地表低速沉积层.

众所周知, 面波高阶模式相对于基阶有着更高的约束深度和纵向分辨率, 而这个特点对 P 导波而

言依然成立. Li 等 (2021a) 利用理论频散谱对美国西部一处地层模型进行了泄漏模式的敏感度分析, 图 7a 中的 0th 标记的是低频 Σ 模式, 1st 和 2nd 标记的是两个 P 导波模式. 频散曲线由追踪理论频散谱能量峰值的方式获得, 之后利用差分法可以计算相速度对每一个薄层的速度、密度参数的偏导数 (称为敏感核). 由图 7c 和 7d 可见, P 导波模式相速度对纵波速度的敏感性明显强于横波. 此外, 对于每一阶 P 导波模式, 随着深度增加, 其敏感度会逐渐降低; 而无论对于纵波还是横波速度, 更高阶的 P 导波模式都表现出比低阶模式更细致的敏感度信息以及更深的敏感深度. Σ 模式则表现出迥异于 P 导波模式的敏感度特征: 首先, Σ 模式对纵波

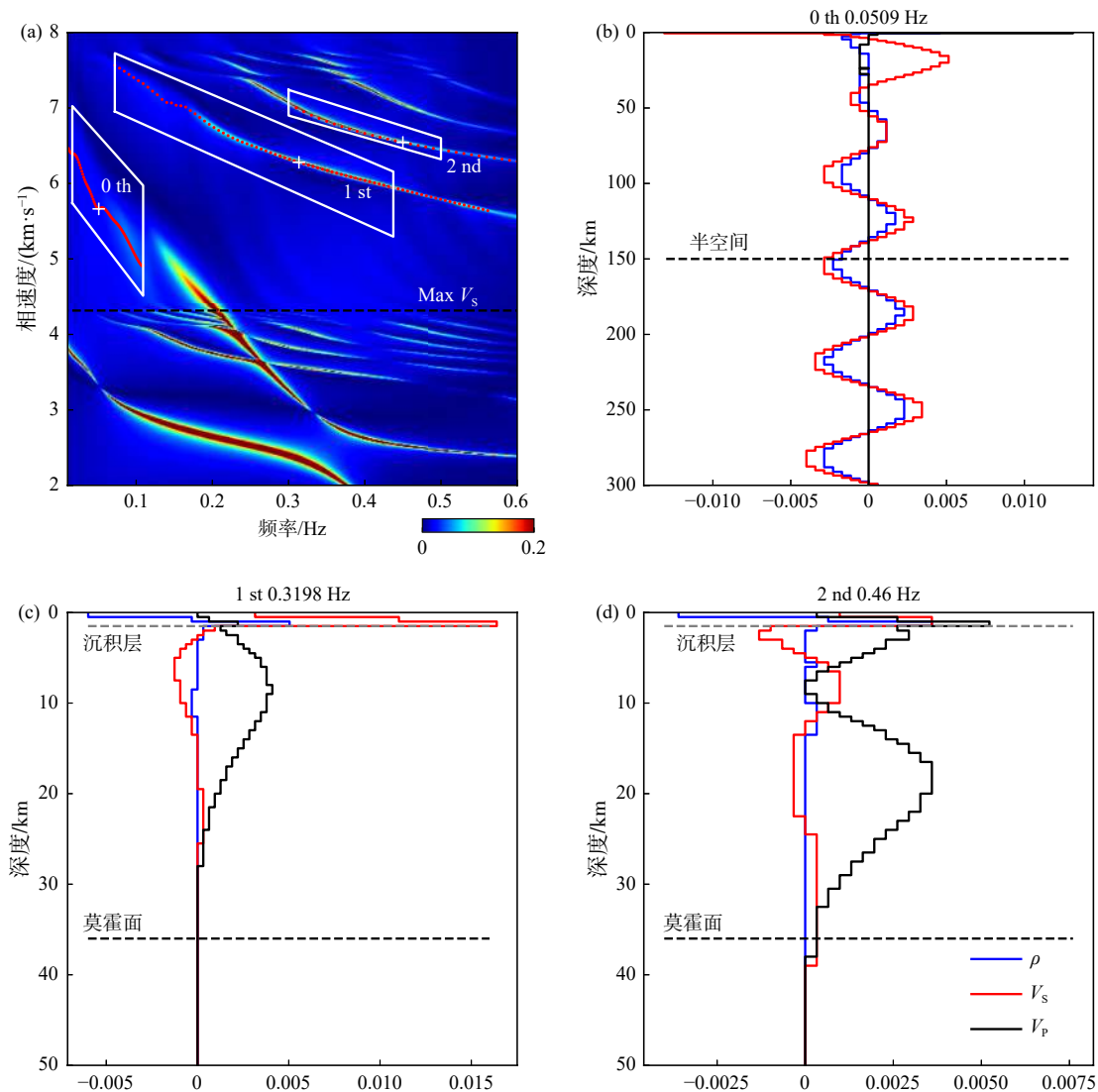


图 7 美国西部某地层模型的泄漏模式敏感度分析. (a) 理论频散谱, “0th”、“1st” 和 “2nd” 标记的是低频段的 Σ 模式和第一、第二阶 P 导波模式; (b-d) 表示图 (a) 中标记出的三个模式的相速度对模型参数的敏感核 (引自 Li et al., 2021a)

Fig. 7 Leaky-mode sensitivity analysis of a model in the western United States. (a) The theoretical dispersion spectrum where “0th”, “1st”, and “2nd” mark the low-frequency Σ mode, first and second guided-P modes; (b-d) Represents the sensitivity kernel of the phase velocities to model parameters (from Li et al., 2021a)

速度的敏感度很弱, 对横波速度的敏感度很强, 对密度也有一定的敏感度; 其次, Σ 模式的敏感度呈现高振荡性特征, 并且在进入半空间以后仍能维持周期震荡. 这些特征为利用 Σ 模式进一步约束横波速度以及尽可能约束密度信息提供了可能性. 但同时也应当注意到, Σ 模式在高频段的观测难度很高. 高频 Σ 模式自身的衰减系数很大的同时受到 P 导波模式的掩盖, 所以导致即使在理论频散谱中, 高频 Σ 模式依然很难具备可提取性. 因此, 对 Σ 模式的研究主要应落脚于利用低频 Σ 模式的敏感度进一步提升传统面波方法的反演深度以及约束密度的可能性.

2 泄漏模式的观测和反演进展

面波频散曲线反演是近地表和岩石圈的横波速度结构的成像的重要手段 (Dorman and Ewing, 1962). 随着观测技术, 尤其是背景噪声技术的发展, 面波信息的获取渠道获得了极大拓宽 (Shapiro and Campillo, 2004; Shapiro et al., 2005). 学者们可以从地震记录和噪声互相关函数中获取到大量反映地下结构的面波频散曲线, 其中既包括岩石圈尺度的面波, 也包括近地表勘探尺度的面波, 这为区域地壳、浅地表精细结构的研究带来了极大的帮助 (如, 滕吉文等, 2001; Wu et al., 2020; Xia et al., 1999; Yang et al., 2020). 由于频散曲线反演是一个高度非线性的多参数优化问题, 要充分约束地下结构信息, 就必须要求拾取的频散曲线足够丰富和可靠. 高密度的台站和更先进的数据处理技术可以支撑多个高阶信息的提取 (Chen et al., 2022; Wang et al., 2019), 从而为地下结构提供更多有效约束 (如, Luo et al., 2007, 2008; Maraschini and Foti, 2010; Wiggins, 1972; 吴高雄, 2020; Xia et al., 2003; Yokoi, 2010). 由于纵波速度建模缺乏有效约束 (Gao and Lekić, 2018), 当前面波反演中主要依靠先验信息 (Zhang et al., 2020) 和经验公式 (Brocher, 2005) 来估计纵波速度. 泄漏模式为约束纵波速度提供了可行的方案, 因此联合面波和泄漏模式频散曲线可以同时反演纵、横波速度和波速比结构, 这能够为认识地下岩石状态、流变特征等提供帮助 (Li et al., 2018; Wang et al., 2012; Wang et al., 2022; Zhang et al., 2019).

近年来, 学者们相继在天然地震 (Li et al.,

2021a)、密集台阵背景噪声 (Li et al., 2022)、陆上 DAS 信号 (Fichtner et al., 2023)、断层地震 (Ellsworth and Malin, 2011) 和井中地震研究中 (Lellouch et al., 2022) 观测到了泄漏模式, 并提出了行之有效的泄漏模式频散提取方法. 理论上, 泄漏模式在任何底部为半空间的地层模型中都存在, 其产生并不依赖于某种特定的震源类型和速度结构 (如高、低速夹层等). 但目前的观测案例表明, 泄漏模式可观测性的受限因素很多, 不同的震源类型和速度结构特征对泄漏模式的发育和观测存在显著影响. 例如, 在高泊松比地层 (浅地表和浅海区域) 的主动源勘探中, 使用炸药和气枪震源能够产生可观的 P 波能量, 因此容易产生显著的 P 导波; 近地表风化层与基岩之间存在强反射, 则能够激发较强的低频 Σ 模式 (Gao et al., 2014). 当信号中泄漏模式较弱时, 数据处理和频散分析方法对于频散提取尤为重要.

2.1 频散分析方法

如今比较成熟的面波频散测量方法都可以应用于提取泄漏模式. 早期地震学中由于台站数量稀少, 泄漏模式的频散曲线测量主要是基于单 (双) 台信号的时频分析, 但与提取瑞利面波频散的区别在于: 面波通常以基阶为主导, 很多情况下可以视为单模式信号进行测量, 高阶的影响也相对容易压制; 但是泄漏波通常同时包含多个模式, 且这些模式的能量差异不大. 从这个角度来说, 泄漏模式的提取更加接近于提取勒夫波频散或“更高阶”的瑞利波频散, 使用单 (双) 台方法容易受到多模式干扰而无法获得较高测量精度. 作为一种更精确的频散检测方法, 基于多道的频散分析能够更进一步提升泄漏模式的拾取精度.

多道频散分析观测泄漏模式的应用更早见于地震勘探, 利用 Xia 等 (1999) 提出的多道面波分析方法, 海洋地震勘探记录中的 Scholte 面波和 P 导波频散曲线可以同时被提取出来 (Boiero et al., 2013; Klein et al., 2005; Park et al., 2005; Roth and Holliger, 1999; Shtivelman, 2004). 传统的多道面波分析方法用 e 指数函数为基函数对波场进行变换, 本质上是基于波场的二维传播理论导出的, 而实际地震波是在三维空间中传播的. 频率-贝塞尔变换法 (F-J transform) 考虑了实际地震波在三维空间中的传播效应, 以贝塞尔函数作为基函数更加符合波

的物理机制, 也更能准确描述高阶信息. F-J 变换的基本形式为:

$$I(\omega, k) = \int_0^{+\infty} \tilde{G}(\omega, r) J_0(kr) r dr \quad (11)$$

其中 $I(\omega, k)$ 为频散谱, $\tilde{G}(\omega, r)$ 为观测地震记录或噪声互相关函数. 该方法最早应用于浅地表地震数据的频散分析 (Forbriger, 2003), 随后在背景噪声 (Wang et al., 2019) 和天然地震波 (Li and Chen, 2020) 的频散测量中取得了广泛应用. Li 等 (2021b) 基于 Python 开发了开源工具包 CC-FJpy 可供方便调用. 特别地, Xi 等 (2021) 及 Zhou 和 Chen (2022) 都推荐使用汉克尔函数 (第三类贝塞尔函数) 代替式 (11) 中的第一类贝塞尔函数, 原因是汉克尔函数可以消除由反向波引起的交叉噪声 (Forbriger, 2003) 从而提高频散谱的信噪比.

受震源和地表自由边界的影响, 大多地震信号中泄漏模式能量较弱, 因此泄漏模式的观测案例相对面波而言比较少. 为了观测到泄漏模式, 需要仔细选择和处理数据以提高 P 导波频散的信噪比. 通

常, 在以爆炸源激发的主动源地震勘探以及部分中小尺度 (几百米到几十公里) 台阵的背景噪声记录中, 泄漏波本身具有一定的振幅, 有时不需要对基阶面波进行压制即可观察到泄漏模式频散 (Li et al., 2022; Sun et al., 2021). 而在一些具有高泊松比的波导 (例如浅海环境) 中以爆炸源激发时, 泄漏模式 (P 导波) 的振幅甚至强于面波, 因此能够轻易提取出高质量的频散曲线 (Shi et al., 2023). 但在大多数天然地震和背景噪声的泄漏模式观测中, 由于基阶面波能量通常比较强, 直接对地震记录或者互相关函数作变换时, 频散谱中太强的基阶模式能量可能导致高阶及泄漏模式能量被掩盖掉. 针对这个问题, Li 和 Chen (2020) 提出了一种有效的多时窗 F-J 变换方法. 该方法在原始记录中增加时窗, 通过将面波信号压制, 从而凸显泄漏模式的能量. 合理的时窗要求尽可能保留有效的泄漏波并尽可能压制面波, 一种可行的策略是拾取每一道的 P 波及 S 波初至, 并设置梯形时窗保留两者初至之间的信号 (图 8b).

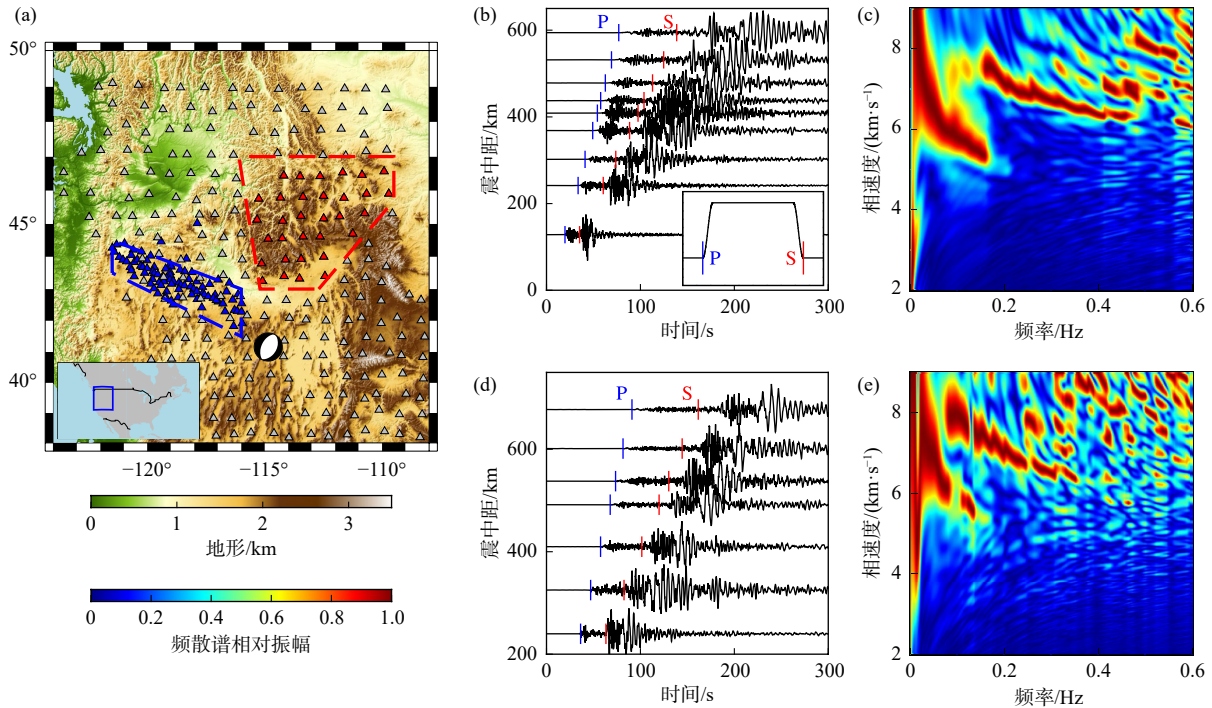


图 8 从内华达地震的 S 波之前的波形中提取的频散曲线. (a) 震源和台站的位置, 蓝色三角是 XC 台阵中的站点, 红色三角是研究中使用的 TA 阵列中站点; (b) 用于频散分析的 XC 阵列的部分 Z 分量地震记录, 红蓝短线所示的时窗被用于提取早于 S 波到达的波形; (c) 从 XC 阵列中提取的频散谱; (d) 用于频散分析的 TA 阵列的部分 Z 分量地震记录; (e) 从 TA 阵列中提取的频散谱 (引自 Li et al., 2021a)

Fig. 8 Dispersion curves extracted from waveforms before the S wave of the Nevada earthquake. (a) Location of the earthquake and stations. The blue triangles are the stations in the XC array, and the red and gray triangles are the used and unused stations in the TA array. (b) Part of the Z-component seismic records of the XC array used in the F-J analysis. A taper window (shown in the inset map) was applied to extract the waveforms between the P and S waves (blue and red markers). (c) Dispersion spectrum extracted from the XC array. (d) Part of the Z-component seismic records of the TA array used in the F-J analysis. (e) Dispersion spectrum extracted from the TA array (from Li et al., 2021a)

2.2 泄漏模式的观测

2.2.1 天然地震

对天然地震数据进行泄漏模式频散分析时, Li 等 (2021a) 认为地震数据应当满足: (1) 从源到接收器的方位角范围必须足够小, 从而可以近似认为源和接收点落在同一条直线上; (2) 通过时窗压制地震记录中的基阶面波, 防止掩盖高阶和泄漏模式频散能量; (3) 阵列下方的水平结构比较均匀. 在 2008 年美国内华达州 $M_W 6.0$ 地震数据中, Li 等 (2021a) 首次利用多时窗 F-J 方法提取到了多阶泄漏模式的频散曲线. 对预处理后的地震数据进行 F-J 变换可得到频散能量图 (图 8), 图中显示的频散能量的相速度可达 $5 \sim 8$ km/s, 超过岩石圈可能的横波速度范围, 因此需要用泄漏模式解释. 对台站所在区域地层速度模型 (Shen and Ritzwoller, 2016) 的正演结果 (图 9) 表明, 理论数据的泄漏模式频散与观测数据频散具有良好的对应关系, 这进一步验证了图 8 的频散对应于泄漏模式.

通过多时窗 F-J 变换得到的频散谱中都显示出多个泄漏模式, 分布在不同的频段中, 其中频率更高的模式更接近于声波频散. 而这些频散曲线也具有不同的敏感度特征, 0.2 Hz 以下的频散对横波速度最敏感; 高频的部分则对纵波速度最敏感 (图 7). Cochran 等 (1970) 和 Shi 等 (2022) 的理论计算结果与这一观测结果保持了一致, 前者即属于 Σ 模式, 后者属于 Π 模式 (P 导波模式). 在高频段, Σ 模式的衰减系数远大于 P 导波模式, 因此往往难以进行完整观测. 对于常见的递增性速度结构, 一般仅可能在略高于半空间横波速度的相速度范围内短暂地观测到 Σ 模式 (Gao et al., 2014).

2.2.2 台阵背景噪声

随着背景噪声互相关技术的出现 (Campillo and Paul, 2003; Shapiro and Campillo, 2004), 面波成像摆脱了对地震的依赖, 因此在过去 20 年里发展迅速 (例如, Shapiro et al., 2005; Yao et al., 2005). 通过计算噪声的互相关函数, 地震学家们不仅可以

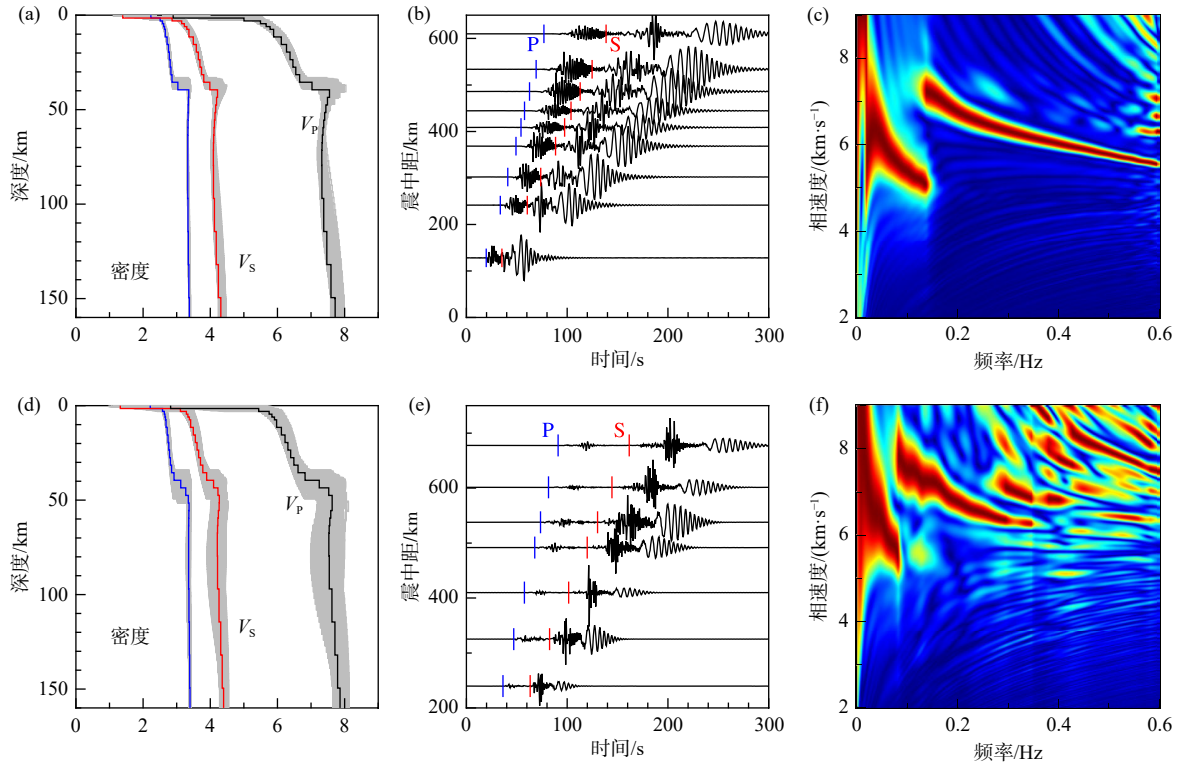


图 9 从合成波形中提取的频散谱. (a) 图 8a 中 XC 台阵下方的参考结构, 灰线为 Shen 和 Ritzwoller (2016) 在图 8a 中虚线区域的模型; (b) XC 阵列的部分合成 Z 分量记录; (c) 从 XC 阵列的合成记录中提取的频散谱; (d) TA 阵列下方的参考结构; (e) TA 阵列的部分合成 Z 分量记录; (f) 从 TA 阵列的合成记录中提取的频散谱 (引自 Li et al., 2021a)

Fig. 9 Dispersion spectrum extracted from the synthetic waveforms. (a) The reference structure under the XC array (blue dashed box in Fig. 8a). The gray lines are the models in the dashed line area in Fig. 8a of Shen and Ritzwoller (2016). (b) Part of the synthetic Z-component records of the XC array. (c) Dispersion spectrum extracted from the synthetic records of the XC array. (d) The reference structure under the TA array (red dashed box in Fig. 8a). (e) Part of the synthetic Z-component records of the XC array. (f) Dispersion spectrum extracted from the synthetic XC array records (from Li et al., 2021a)

获得丰富的面波信息, 还可以从地震尾波和连续背景噪声数据中得到体波脉冲响应 (例如, Brenguier et al., 2020; Feng et al., 2017; Nakata et al., 2015; Poli et al., 2012; Tonegawa et al., 2009; Zhan et al., 2010). Li 等 (2022) 在 LASSO 阵列 (Dougherty et al., 2019) 接收到的背景噪声数据中首次提取到了泄漏模式频散曲线. 由于互相关函数信噪比较低, 因此 Li 等 (2022) 采用空间叠加的方式提高信噪比. 具体来说, 他们将互相关函数的台站间距范围分为多个小段, 针对每一个小段, 把台站间距落在该小段内的多个互相关函数进行叠加 (Feng et al., 2017; Nakata et al., 2015). 经过叠加之后, 高相速度频散波列的信噪比大大提高, 可以明显识别到以接近 P 波速度传播的频散波列 (图 10). 由于互相关函数反映的是地表虚震源激发位移场得到的地震响应, 所以通常面波能量会更加显著. 通过选择合适的时窗将面波与泄漏波分离, F-J 方法可以生成高信噪比的泄漏模式的频散能量图.

在浅海主动源地震勘探中, P 导波在地震记录中广泛存在. 但是由于条件限制, 在海洋中布设多台站进行长期背景噪声观测的成本很高. 随着技术发展, 用于地震探测的海底地震仪 (OBS) 和海底地震节点 (OBN) 部署越来越多, 海洋背景噪声也为地球深部探测和浅部地震勘探提供了新的数据源 (例如, Mordret et al., 2013; Yang et al., 2020; Yao et al., 2011). 相比于陆上地震仪只接收三个方向分量, 海底地震仪还可以接收压力分量. 通过压力-压力分量或者压力-方向分量的噪声互相关, 有机会获取更多 P 导波信息 (Girard et al., 2023). 海洋主动源勘探中, 信号的有效频带取决于所采用的气枪震源, 一般情况下提取的有效信息都在 1 Hz 以上 (Du et al., 2020; Kugler et al., 2007; Shi et al., 2023; Wang et al., 2020). 而采用噪声互相关时, 则可获取更丰富的 1 Hz 以下的面波和 P 导波频散曲线 (图 11), 能够进一步提升频散曲线的约束深度 (Girard et al., 2023).

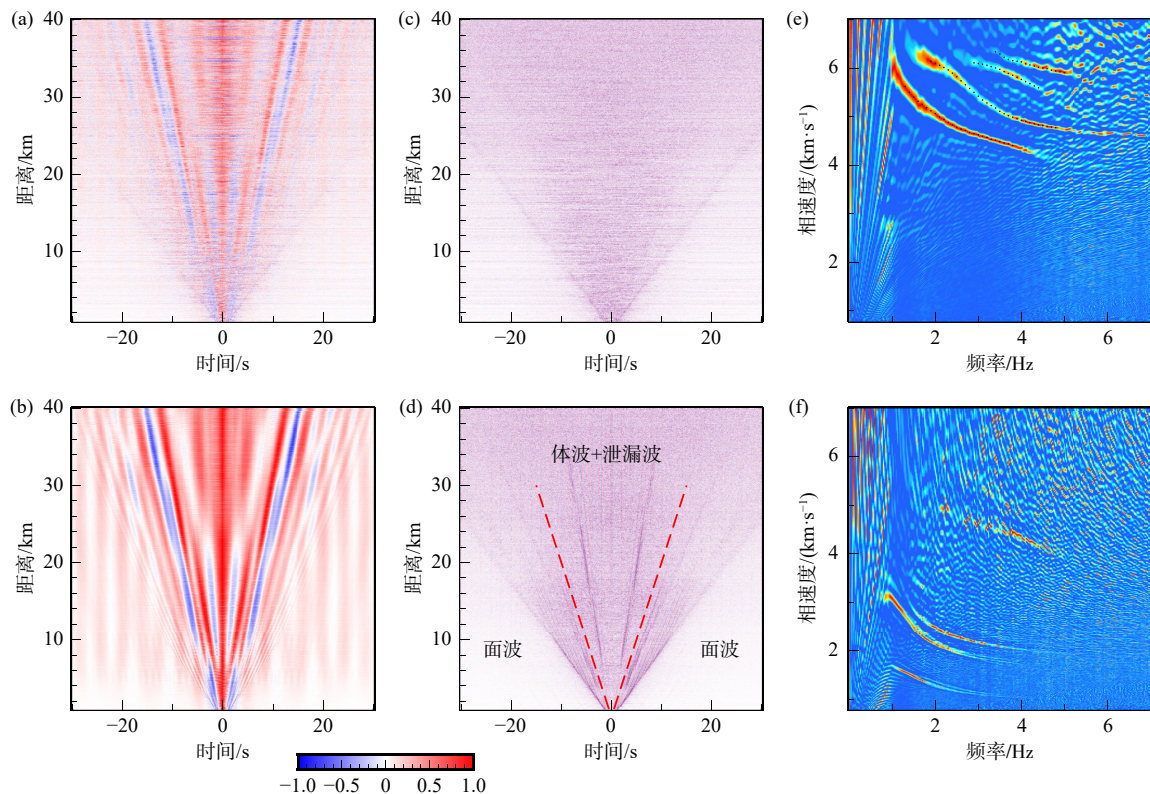


图 10 噪声互相关函数和经过滤波和时间域加窗口后提取的频散谱. (a) 原始互相关函数, 均归一化到 $(-1, 1)$ 区间; (b) 经过空间叠加后的互相关函数; (c) 经过 1 Hz 高通滤波器后的互相关函数; (d) 空间叠加再经过 1 Hz 高通滤波器得到的互相关函数; (e) 从图 (d) 中红线内的波形中提取的频散谱; (f) 从图 (d) 中红线外的波形中提取的频散谱 (引自 Li et al., 2022)

Fig. 10 The retrieved noise cross-correlation functions (NCFs) and dispersion spectra extracted after filtering and time windowing. (a) The unfiltered original NCFs. The NCFs are normalized to $(-1, 1)$. (b) The NCFs after spatial stacking. (c) The original NCFs after being subjected to a 1 Hz high-pass filter. (d) The NCFs after being spatially stacked and then subjected to a 1 Hz high-pass filter. (e) The dispersion spectrum extracted from the waveform inside the red lines in Fig. d. The black points are leaky modes used in inversion. (f) The dispersion spectrum extracted from the waveform outside the red lines in Fig. d (from Li et al., 2022)

2.2.3 分布式光纤

分布式光纤声波传感 (distributed acoustic sensing, DAS) 技术通过对光纤中传播的光信号调制解调, 探测激光脉冲在光纤内部散射产生的瑞利后向散射信号的相位变化, 可以测量光纤轴向应变. DAS 技术自出现以来, 就在地震勘探 (Mestayer et al., 2011)、天然地震学 (Lindsey et al., 2017) 和浅地表面波成像 (Dou et al., 2017) 等方面取得了广泛应用. DAS 技术观测成本较低, 可以实施几到几十公里范围的陆地、海洋或陆海联合观测. 同 OBS 类似, 在海洋环境中观测时, 能够从 DAS 数据中提取到清晰的 P 导波、Scholte 面波及其频散

(Tonegawa et al., 2022; Zhou et al., 2022). 在 Tonegawa 等 (2022) 进行的海洋背景噪声观测中, 仅在暴风雨天气条件下能够提取清晰的 P 导波, 因此他们认为这些 P 导波可能源于海面扰动.

包括各种观测手段在内, 现有的大部分泄漏模式观测案例, 即使观测尺度不同, 但却保持了相似的频散特征, 即面波相速度范围与 P 导波具有明显差距. 通常认为大泊松比模型确实十分有益于 P 导波的观测, 但这并不代表泊松比不大时就无法观测到 P 导波. 例如, Fichtner 等 (2023) 对来自格陵兰冰流东北部 EastGRIP 冰芯钻井地点附近的飞机着陆的 DAS 数据进行了频散分析. 在这个观测案例中泄漏模式不再与面波有着明显相速度差 (图 12),

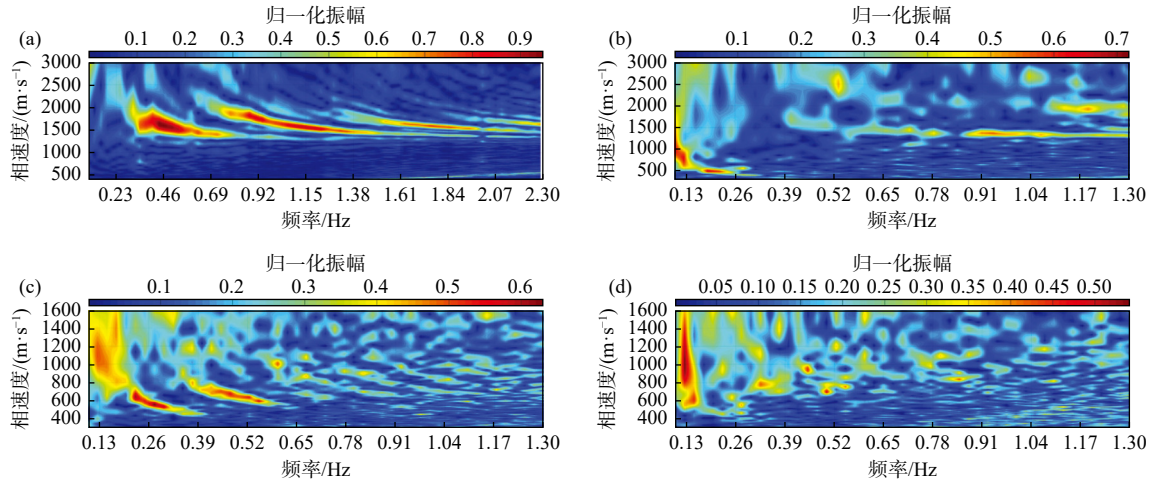


图 11 多分量 OBN 噪声互相关函数的频散谱. (a) 压力分量; (b) 垂直分量; (c) 径向分量; (d) 切向分量 (引自 Girard et al., 2023)

Fig. 11 Frequency-velocity dispersion spectra. (a) Pressure component; (b) Vertical component; (c) Radial component; (d) Tangential component (from Girard et al., 2023)

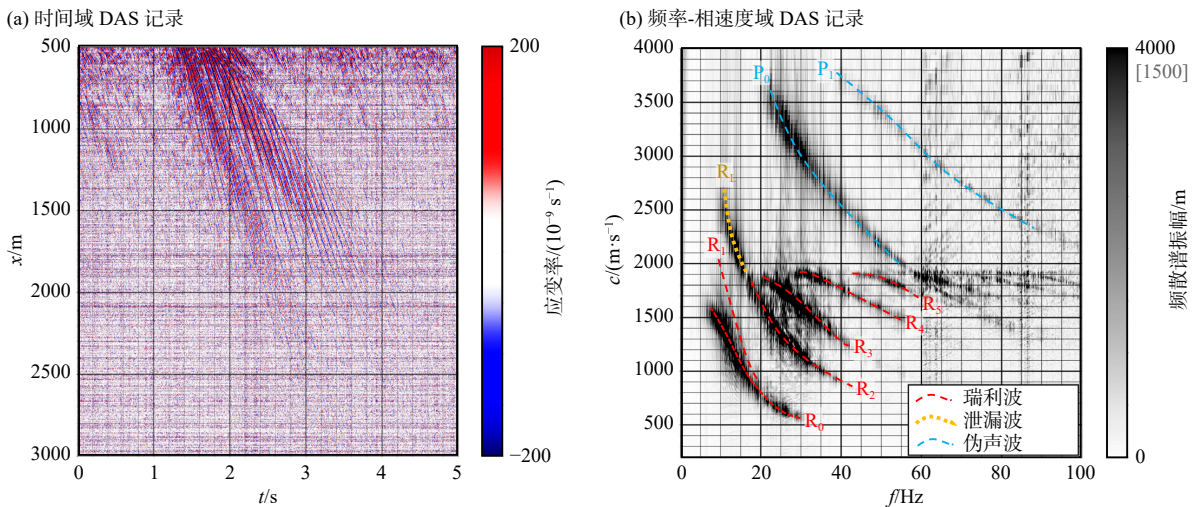


图 12 DAS 数据及频散谱. (a) 时域 DAS 原始记录; (b) 原始数据的频率-相速度谱. 虚线标记的模式包括瑞利波模式、 Σ 泄漏模式和 P 导波模式 (引自 Fichtner et al., 2023)

Fig. 12 DAS data and dispersion spectrum. (a) Time domain DAS raw records; (b) The frequency phase velocity spectrum of the raw data. The modes marked with dashed lines include Rayleigh wave modes, Σ leaky modes, and guided-P wave modes (from Fichtner et al., 2023)

并且P导波模式与简正模式紧密相连,这与之前的观测案例存在显著不同.李正波(2020)、Sun等(2021)和Kennett(2023)都在理论分析中指出,当模型的纵横波速度范围存在部分重叠时,P导波的理论频散曲线在高频段“延伸”进高阶面波区域,并造成极为复杂的模式接吻现象,然而在他们的实测资料中均没有观察到这种类型的频散特征.Fichtner等(2023)的结果首次印证了该类型频散特征是能够观测到的,但这可能取决于震源性质和场地条件,是否能够广泛获取还有待进一步研究.

2.3 泄漏模式频散反演

频散曲线的反演过程,实际上是通过修正模型使其频散曲线不断逼近观测频散曲线的过程.反演问题本质上都是针对给定目标函数的最优化问题,依据所采用的最优化方法的不同,可以分为局部优化反演和全局优化反演.局部优化反演需要利用频散曲线的敏感度(梯度)信息,它的优点是计算速度快,主要缺点则是依赖于初始模型,并且反演之前需要对拾取到的频散曲线进行模式阶数的判定.全局优化算法对初始模型的依赖性小,但其主要劣势在于计算效率较低,并且随着模型空间的扩大,计算量会超线性增加.由于泄漏模式频散曲线的复杂性,其频散曲线反演是一个比面波更为复杂的数学问题.客观来讲,当前尚未形成像面波频散反演那样成熟可靠的反演方法.早期,学者们使用人工调参,可以实现P导波频散曲线的粗糙反演.过去一段时间,学者们在泄漏模式的观测和研究中尝试了多种反演方式,主要包括以下几类.

2.3.1 基于声波近似的局部优化反演

这种反演方法基于剪切模量足够小且可以忽略横波影响的假设,然后将P导波频散反演视为纯声波的反演问题(Park et al., 2005; Ponomarenko et al., 2017; Shtivelman, 2004).这种简化避免了直接求解泄漏模式,使反演更容易实现.对于一些浅海沉积物和近地表风化层,地层纵横波速度差异非常大,这一假设是合理的.然而,当沉积物的横波速度不够小时(例如图12),这种假设可能并不成立,且目前没有文献评估纯声波假设引起的误差.

2.3.2 基于波形/频散谱的局部优化反演

Klein等(2005)指出,P导波纵波频散谱对纵波和横波速度都很敏感,可以通过匹配频散谱来估计速度结构.Li等(2018)对P导波进行波动方

程频散反演,以恢复二维纵波速度模型.这一类反演接近于全波形反演的思路,同时继承了全波形反演的优缺点:精度高,适用于2D(3D)复杂模型,计算量大,非线性强(依赖于初始模型)等.

2.3.3 基于频散函数的全局优化反演

具体算法包括蒙特卡洛、模拟退火等(例如,Boiero et al., 2013; Maraschini and Foti, 2010; Ryden and Park, 2006),本质上是通過大规模搜索确定最优解,因此可以不依赖于初始模型和模式阶数识别,具有广泛的适应能力(图13).该方法首先从观测数据中提取面波和泄漏模式频散曲线,然后使用算法将频散函数的局部极小值与频散曲线相匹配(Boiero et al., 2013).当搜索到正确解附近时,拾取的频散点应当对应频散函数绝对值的零点(或极小值点).但是该方法能够反演的参数数量有限,否则将导致较大的计算量.相对于面波频散反演,泄漏模式反演要进一步考虑纵波速度,因此待反演的参数数量更多.此外,在泄漏模式显著的数据中往往也能提取到多个面波高阶,要匹配这些高阶模式则需要更密集的分层,这进一步提高了待反演参数数量.由于全局优化算法的计算量随参数数量快速增长,因此其在泄漏模式反演中的实施成本远高于传统面波反演.

2.3.4 泄漏模式频散曲线的局部优化反演

局部优化算法已经在面波频散曲线反演中得到了广泛应用,在现有反演框架的基础上引入泄漏模式是一种最简单可行的思路.该方法首先需要对泄漏模式进行定量计算和敏感度分析,进而解释泄漏模式如何约束地下结构,这对于反演策略的制定具有重要意义;之后是应用局部优化算法反演泄漏模式频散曲线,因为局部优化算法通常比全局优化算法效率更高.这种反演方法的核心是稳定、高度自动化的泄漏模式频散曲线和敏感核计算.目前提出的计算泄漏模式频散曲线的方法在效率和可靠性上已可满足反演需求.但由于泄漏模式波场随深度的发散,泄漏模式的波场能量在深度上不再可积,因此Aki和Richards(1980)对面波所定义的能量积分将无法计算,这也进一步导致了Aki和Richards(1980)导出的相速度和群速度的扰动公式不再成立.该扰动公式十分重要,它为线性化反演中的敏感核提供了极为便捷和准确的计算方法(如,Pan et al., 2019).针对这个问题,Cochran等(1970)提出使用隐函数差分方法来计算敏感度.只要差分间

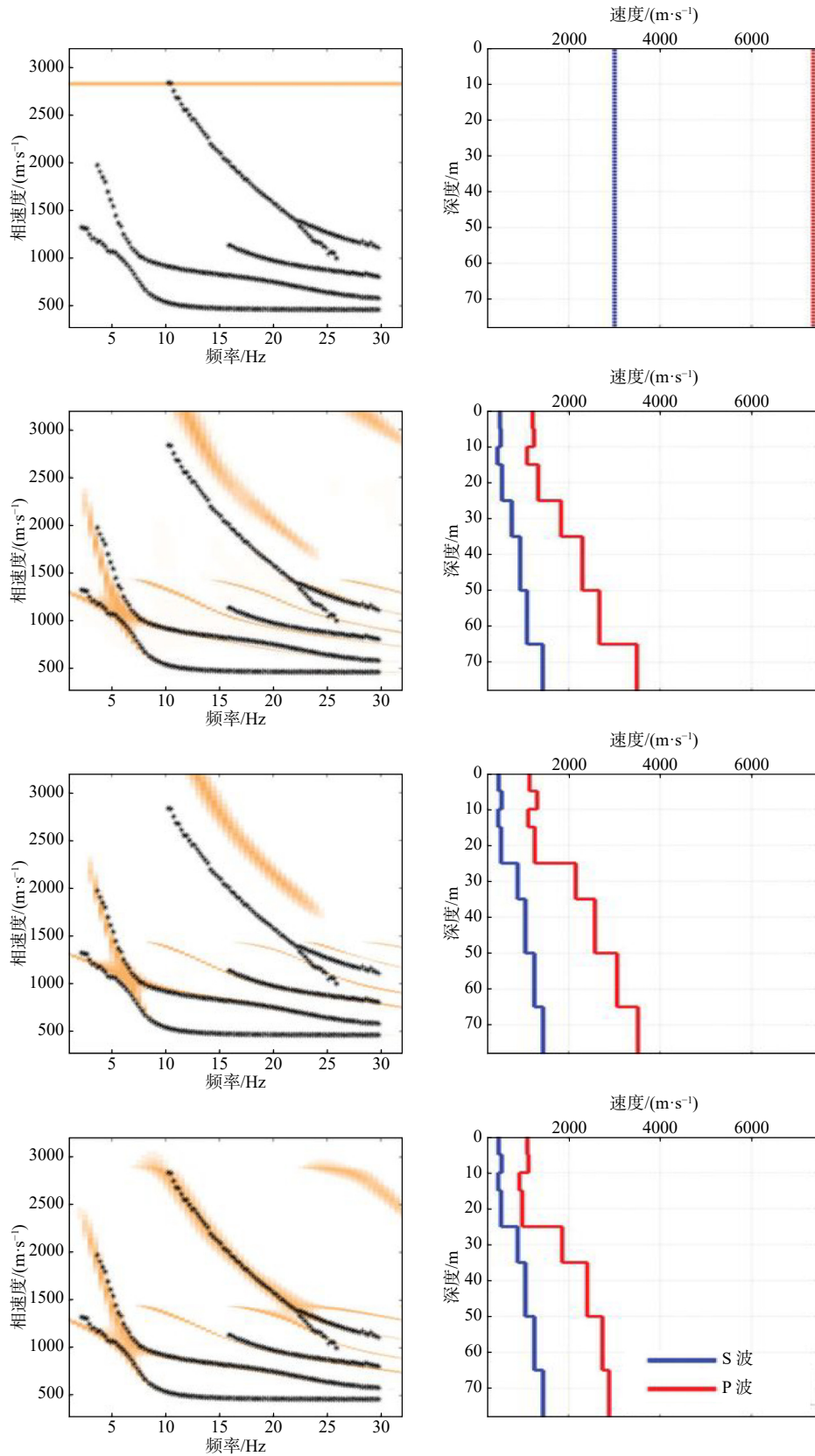


图 13 全局优化反演中的模型更新. 左侧图中黑色星号表示观测频散曲线, 橙色阴影对应右边的速度模型的频散函数值, 反演算法从上到下不断更新纵横波速度, 使观测频散曲线与频散函数零点相匹配 (引自 Boiero et al., 2013)

Fig. 13 Schematic representation of the inversion scheme. On the left side, black asterisks represent the dispersive events estimated for a synthetic example at a certain location. Orange shadows in the background are the real and complex solutions of the secular function for the velocity model on the right side. From top to bottom, the inversion algorithm modifies the S- and P-velocities to match the estimated dispersive events with the secular function solutions (from Boiero et al., 2013)

隔足够小,该方法一样可以获得足够准确的敏感度信息,类似的计算策略已在面波频散反演中得到广泛应用(Xia et al., 1999). 尽管如此,一种解析的敏感度表达式仍然在计算效率、精度上具有优势. 近期提出的半解析谱元法无需定义能量积分,因此无论对简正模式还是泄漏模式,都可以使用扰动法获得敏感度的精确表达(史才旺, 2022; Shi et al., 2023). 而 Wang 等(2024)也通过隐函数方法对泄漏模式的敏感度进行了解析计算并应用到反演中.

Li 等(2022)基于半解析谱元法对 LASSO 台阵背景噪声数据进行了纵横波速度结构反演(图 14). 考虑到不同种类模式的敏感度差异,反演中的 V_S 结构主要依靠面波简正模式进行更新,而 V_P 结构则采用相同权重的简正和泄漏模式进行更新. 由于实测频散曲线的阶数往往未知,所以首先使用基阶面波和第一阶 P 导波频散进行反演测试,通过反演结果的理论频散与实测频散的匹配情况确定实测频散的阶数. 图 14 的结果表明,联合反演结果的理论频散曲线能够较好地匹配实际频散谱;与之相对地,依靠经验公式确定纵波速度的传统面波反演仅能匹配面波的频散,并且其数据误差和收敛速度均逊于联合反演. 而从这两种反演结果的对比来看,经验关系所确定的纵波速度在浅层存在明显偏低的情况.

Wang 等(2024)将泄漏模式应用于石油勘探工区的近地表结构成像中. 他们通过对频散函数进行二维搜根的方式进行理论频散曲线的正演,通过隐函数求导的方式计算敏感度. 之后他们通过联合反演得到了地下数百米范围内的纵横波速度以及泊松比信息(图 15). 同时,该联合反演结果中的纵波速度模型与传统初至走时层析给出的模型具有较好的一致性,并且具有更高的纵向分辨率. 由简正和泄漏模式联合反演得到高精度、多参数的浅地表模型,能够为后续的深部成像和反演提供重要约束信息.

3 总结与展望

本文总结了地震波泄漏模式的理论、观测及在结构成像中的应用等方面的进展. 同面波类似,泄漏模式具有频散特征,其频散信息能够为地下结构反演尤其是纵波速度反演提供更多约束,具有重要的实际意义. 泄漏模式的应用难点在于其理论复杂

性和观测难度,在本世纪以前应用案例有限. 近年来,先进观测技术和设备极大促进了泄漏模式的观测,并进一步催生了基于泄漏模式频散曲线的结构成像方法. 在现阶段,尽管泄漏模式的研究已经取得了重要进步,但距离发展出一套成熟、稳定的结构成像方法仍然任重道远,以下几个方面的问题均亟待进一步研究.

(1) 台阵背景噪声中的泄漏模式提取

在天然地震、主动源地震以及勘探尺度的台阵背景噪声中,泄漏模式的应用潜力已经得到了验证. 但是由于观测案例不充分,目前尚不能总结出明确的数据观测要求. 同时,目前背景噪声泄漏模式的成功观测还局限在中小尺度(几百米到几十公里)的台阵,在 Chinarray、Usarray 等尺度的台阵中仍未能实现成功观测. 可能的原因包括:此类台阵的互相关数据的信噪比较低,无法成功恢复 P 波信号;互相关函数的虚拟震源位于地表,导致面波信号极强而泄漏模式信号太弱. 从大尺度台阵中提取到泄漏模式对岩石圈结构研究意义重大,未来需要对这些台阵的数据处理和频散分析技术进行进一步总结和优化.

(2) 简正和泄漏模式的模式识别

原理上,全局优化反演和局部优化反演都能利用泄漏模式进行反演. 但从计算成本角度,利用频散曲线进行的 2D 和 3D 层析成像更倾向于局部优化算法,这类算法要求解决模式类型和阶数的识别问题. 该模式识别问题既包括对观测的模式进行识别,也包括对正演的模式进行识别. 由于泄漏模式具有衰减特征,同一阶模式在频散谱上也可能出现明显的能量突变,这会对拾取和阶数识别造成很大影响. 此外,局部优化算法要求观测和理论计算数据之间的一致性,这需从复杂的泄漏模式理论解中准确分离出与观测频散曲线对应的模式进行匹配,因此一种稳定可靠的识别方法极为重要.

(3) 面波和泄漏模式频散曲线的空间不一致性

通常能够被观测到的泄漏模式的相速度和纵波速度接近,而面波的相速度则低于或者接近横波速度,这意味着同样的频率下泄漏模式的波长更长. 为了达到接近的频散曲线提取效果,提取泄漏模式所需要的子台阵大小需要数倍于提取面波频散,这导致了面波和泄漏模式频散曲线的空间不一致性. 这种空间不一致性对建模精度的影响程度以及如何在反演中进行压制是重要的研究课题.

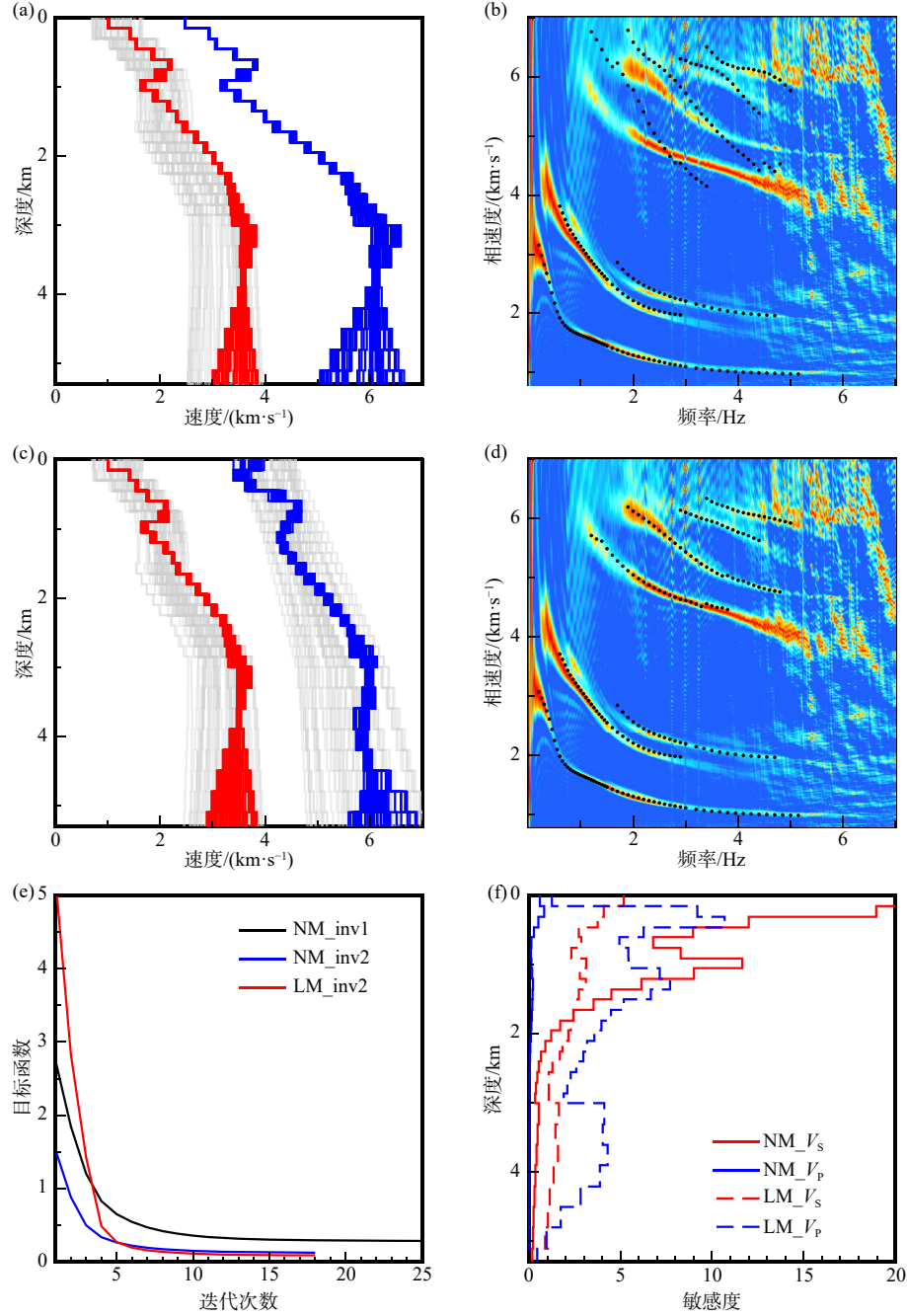


图 14 LASSO 台阵背景噪声数据的反演结果。(a) 仅用简正模式反演的横波速度 (红线) 和经验公式计算的 P 波速度 (蓝线), 灰色的线是初始模型; (b) 图 (a) 中平均反演结果的频散曲线 (黑点) 与实测频散谱; (c) 简正和泄漏模式联合反演得到的纵横波速度; (d) 图 (c) 中平均反演结果频散曲线和频散谱; (e) 简正模式反演 (记为反演 1) 和联合反演 (记为反演 2) 的数据误差变化情况, 反演 1 和反演 2 具有相同的初始 V_S 模型. 反演 1 的初始: V_P 模型是通过经验关系计算的, 而反演 2 的初始 V_P 模型是递增模型; (f) 简正和泄漏模式在不同深度对 V_P 和 V_S 的敏感度核分析 (引自 Li et al., 2022). 图中: NM_inv1: 反演 1 的简正模式; NM_inv2: 反演 2 的简正模式; LM_inv2: 反演 2 的泄漏模式; NM_ V_S : 简正模式对 V_S ; NM_ V_P : 简正模式对 V_P ; LM_ V_S : 泄漏模式对 V_S ; LM_ V_P : 泄漏模式对 V_P

Fig. 14 Inversion results of LASSO array ambient noise. (a) The S-wave velocity (V_S) models (red lines) inverted from the extracted normal modes and the P-wave velocity (V_P) models (blue lines) calculated from the empirical relationship. The gray lines are the initial V_S models. (b) The normal mode and leaky mode dispersion curves (black points) of the average of the inverted models. (c) The V_S (red lines) and V_P (blue lines) models jointly inverted from the extracted normal modes and leaky modes. (d) The normal mode and leaky mode dispersion curves of the average of the jointly inverted models. (e) The fitness curves of normal modes (NM) and leaky modes (LM) decreasing with the number of iterations in inversion 1 (inv1) and inversion 2 (inv2). Inversion 1 and inversion 2 have the same initial V_S model. The initial V_P models of inversion 1 are calculated by the empirical relationship, while the initial V_P models of inversion 2 are incremental models. (f) Sensitivity kernel analysis of the NM and LM to V_P and V_S at different depths (from Li et al., 2022)

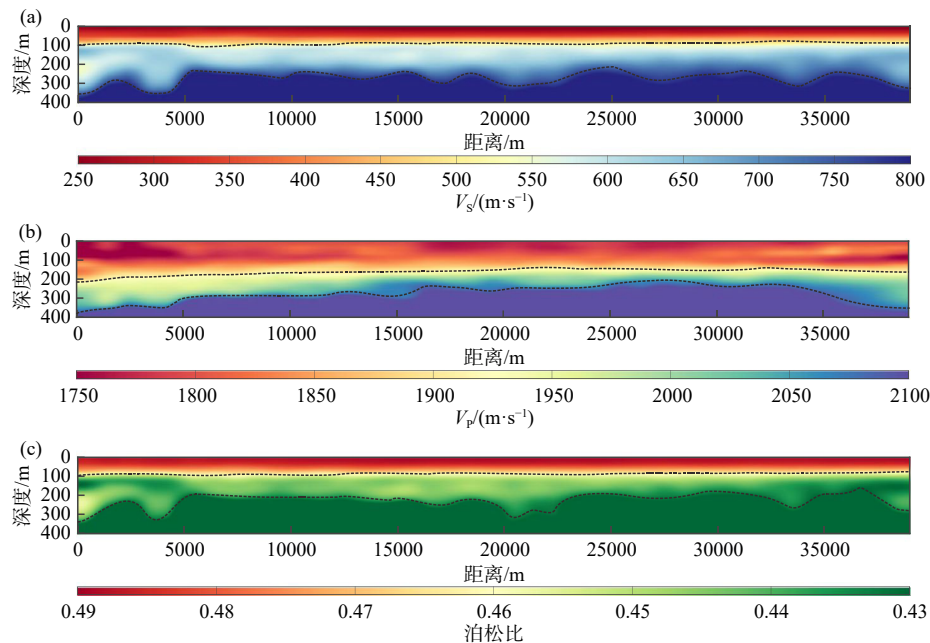


图 15 简正和泄漏模式联合反演结果。(a, b) 二维纵横波速度剖面; (c) 泊松比剖面 (引自 Wang et al., 2024)

Fig. 15 Results of the joint inversion of normal and leaky modes. (a, b) The pseudo-2D V_s and V_p profiles; (c) The 2D Poisson's ratio profile (from Wang et al., 2024)

References

- Aki K, Richards P G. 1980. Quantitative Seismology[M]. San Francisco: W H Freeman and Company.
- Alsop L E, Goodman A S, Gregersen S. 1974. Reflection and transmission of inhomogeneous waves with particular application to Rayleigh waves[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 64(6): 1635-1652.
- Boiero D, Wiarda E, Vermeer P. 2013. Surface-and guided-wave inversion for near-surface modeling in land and shallow marine seismic data[J]. *The Leading Edge*, 32(6): 638-646.
- Brazier-Smith P R, Scott J F M. 1991. On the determination of the roots of dispersion equations by use of winding number integrals[J]. *Journal of Sound Vibration*, 145(3): 503-510.
- Brenguier F, Courbis R, Mordret A, et al. 2020. Noise-based ballistic wave passive seismic monitoring. Part 1: Body waves[J]. *Geophysical Journal International*, 221(1): 683-691.
- Brocher T M. 2005. Empirical relations between elastic wavespeeds and density in the Earth's crust[J]. *Bulletin of the seismological Society of America*, 95(6): 2081-2092.
- Campillo M, Paul A. 2003. Long-range correlations in the diffuse seismic coda[J]. *Science*, 299(5606): 547-549.
- Carcione J M, Helle H B. 2004. The physics and simulation of wave propagation at the ocean bottom[J]. *Geophysics*, 69(3): 825-839.
- Chen C, Berini P, Feng D, et al. 2000. Efficient and accurate numerical analysis of multilayer planar optical waveguides in lossy anisotropic media[J]. *Optics Express*, 7(8): 260-272.
- Chen J, Pan L, Li Z, et al. 2022. Continental reworking in the eastern South China Block and its adjacent areas revealed by F-J multimodal ambient noise tomography[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 127(11): e2022JB024776.
- Chen X. 1993. A systematic and efficient method of computing normal modes for multilayered half-space[J]. *Geophysical Journal International*, 115(2): 391-409.
- Chen X. 1999. Seismogram synthesis in multi-layered half-space. Part I. Theoretical formulations[J]. *Earthquake Research in China*, 13: 149-174.
- Cochran M D, Woeber A F, De Bredaeker J C. 1970. Body waves as normal and leaking modes, 3. Pseudo modes and partial derivatives on the (+-) sheet[J]. *Reviews of Geophysics*, 8(2): 321-357.
- Collin R E. 1990. Field Theory of Guided Waves[M]. New York: John Wiley & Sons.
- De Bredaeker J C. 1967. Body waves as normal and leaking modes. Part I: Introduction[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 57(2): 191-198.
- De Bredaeker J C. 1968. Body waves as normal and leaking modes. 2. Canadian shield[J]. *Nuovo Cimento*, 6(1): 98-104.
- Delves L M, Lyness J N. 1967. A numerical method for locating the zeros of an analytic function[J]. *Mathematics of Computation*, 21(100): 543-560.
- Dorman J, Ewing M. 1962. Numerical inversion of seismic surface wave dispersion data and crust-mantle structure in the New York-Pennsylvania area[J]. *Journal of Geophysical Research*, 67(13): 5227-5241.
- Dou S, Lindsey N, Wagner A M, et al. 2017. Distributed acoustic sensing for seismic monitoring of the near surface: A traffic-noise interferometry case study[J]. *Scientific Reports*, 7(1): 11620.
- Dougherty S L, Cochran E S, Harrington R M. 2019. The large-N seismic survey in Oklahoma (LASSO) experiment[J]. *Seismological Research Letters*, 90(5): 2051-2057.
- Du S, Cao J, Zhou S, et al. 2020. Observation and inversion of very-low-frequency seismo-acoustic fields in the South China Sea[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 148(6): 3992-4001.
- Dziewonski A, Bloch S, Landisman M. 1969. A technique for the ana-

- lysis of transient seismic signals[J]. *Bulletin of the seismological Society of America*, 59(1): 427-444.
- Ellsworth W, Malin P. 2011. Deep rock damage in the San Andreas Fault revealed by P-and S-type fault-zone-guided waves[J]. *Geological Society London Special Publications*, 359(1): 39-53.
- Ernst F. 2007. Long-wavelength statics estimation from guided waves[C]// 69th Annual International Conference and Exhibition, EAGE Extended Abstracts, E033.
- Ewing W M, Jardetzky W S, Press F, et al. 1957. Elastic waves in layered media[J]. *Physics Today*, 10(12): 27-28.
- Feng J, Yao H, Poli P, et al. 2017. Depth variations of 410 km and 660 km discontinuities in eastern North China Craton revealed by ambient noise interferometry[J]. *Geophysical Research Letters*, 44(16): 8328-8335.
- Fichtner A, Hofstede C, N. Kennett B L N, et al. 2023. Fiber-optic air-plane seismology on the northeast Greenland ice stream[J]. *The Seismic Record*, 3(2): 125-133.
- Forbriger T. 2003. Inversion of shallow-seismic wavefields: I. Wave-field transformation[J]. *Geophysical Journal International*, 153(3): 719-734.
- Fujita M, Nishimura K. 1991. Estimation of crustal structure from observed group velocities of PL-waves in Japan[J]. *Pure and Applied Geophysics*, 137: 233-249.
- Furumura T, Kennett B L N. 2018. Regional distance PL phase in the crustal waveguide—An analog to the teleseismic W phase in the upper-mantle waveguide[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123(5): 4007-4024.
- Gao C, Lekić V. 2018. Consequences of parametrization choices in surface wave inversion: Insights from transdimensional Bayesian methods[J]. *Geophysical Journal International*, 215(2): 1037-1063.
- Gao L, Xia J, Pan Y. 2014. Misidentification caused by leaky surface wave in high-frequency surface wave method[J]. *Geophysical Journal International*, 199(3): 1452-1462.
- García-Jerez A, Sánchez-Sesma F J. 2015. Slowly-attenuating P-SV leaky waves in a layered elastic halfspace. Effects on the coherences of diffuse wavefields[J]. *Wave Motion*, 54: 43-57.
- Geopsy Team. 2017. Geopsy. Open source software[CP/OL]. <http://geopsy.org/> (lastaccessed: 2023-10-20).
- Gilbert F. 1964. Propagation of transient leaking modes in a stratified elastic waveguide[J]. *Reviews of Geophysics*, 2(1): 123-153.
- Girard A J, Shragge J, Olofsson B. 2023. Low-frequency ambient ocean-bottom node surface-wave seismology: A Gulf of Mexico case history[J]. *Geophysics*, 88(1): B21-B32.
- Gubbins D, Snieder R. 1991. Dispersion of P waves in subducted lithosphere: Evidence for an eclogite layer[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 96(B4): 6321-6333.
- Haddon R A W. 1984. Computation of synthetic seismograms in layered earth models using leaking modes[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 74(4): 1225-1248.
- Haddon R A W. 1986. Exact evaluation of the response of a layered elastic medium to an explosive point source using leaking modes[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 76(6): 1755-1775.
- Haddon R A W. 1987. A simple exact method for Green's functions for SH motion in a layered elastic medium using leaking modes[J]. *Geophysical Journal International*, 88(2): 379-392.
- Haney M M, Tsai V C. 2017. Perturbational and nonperturbational inversion of Rayleigh-wave velocities[J]. *Geophysics*, 82(3): F15-F28.
- Haskell N A. 1953. The dispersion of surface waves on multilayered media[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 43(1): 17-34.
- Hawkins R. 2018. A spectral element method for surface wave dispersion and adjoints[J]. *Geophysical Journal International*, 215(1): 267-302.
- Hayashi T, Inoue D. 2014. Calculation of leaky Lamb waves with a semi-analytical finite element method[J]. *Ultrasonics*, 54(6): 1460-1469.
- He X, Hu H S. 2008. Wave components of acoustic logs in transversely isotropic porous formations[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 40(5): 663-671 (in Chinese).
- He X. 2010. Simulations of acoustic logs in transversely isotropic formations and researches on permeability inversion[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology (in Chinese).
- He X, Hu H. 2010. Single-valued definition of the multivalued function for borehole acoustic waves in transversely isotropic formations[J]. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 53: 1419-1426.
- Hearn T M. 1984. Pn travel times in southern California[J]. *Journal of Geophysical Research*, 89(B3): 1843-1855.
- Herrmann R B. 2013. Computer programs in seismology: An evolving tool for instruction and research[J]. *Seismological Research Letters*, 84(6): 1081-1088.
- Herrmann R B. 2018. Computer programs in seismology. Open source software[CP/OL]. <http://www.eas.slu.edu/eqc/eqccps.html> (last accessed: 2023-10-20).
- Hu H S, Ma J, Wang K X. 1999. The choice of Riemann sheets in the calculation of the borehole acoustic waves[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Jilinensis*, 10(4): 66-70 (in Chinese).
- Hu J, Menyuk C R. 2009. Understanding leaky modes: Slab waveguide revisited[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 1(1): 58-106.
- Huang W P, Xu C L, Lui W, et al. 1996. The perfectly matched layer boundary condition for modal analysis of optical waveguides: Leaky mode calculations[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 8(5): 652-654.
- Ibrahim A B K. 1969. Leaking and normal modes as a means to determine crust-upper mantle structure for different paths to Sweden[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 59(4): 1695-1712.
- Ivansson S, Karasalo I. 1993. Computation of modal wavenumbers using an adaptive winding-number integral method with error control[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 161(1): 173-180.
- Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, et al. 2011. Computational Ocean Acoustics[M]. New York: Springer New York.
- Kausel E. 2005. Waves Propagation Modes: From Simple Systems to Layered Soils[M]// Surface Waves in Geomechanics: Direct and Inverse Modelling for Soils and Rocks. Vienna: Springer Vienna, 165-202.
- Kennett B L N. 1974. Reflection rays and reverberations[J]. *Bulletin of*

- the *Seismological Society of America*, 64(6): 1685-1696.
- Kennett B L N. 2023. Interacting seismic waveguides: Multimode surface waves and leaking modes[J]. *Seismica*, 2(1). DOI: [10.26443/seismica.v2i1.282](#).
- Klein G. 2003. Acquisition and inversion of dispersive seismic waves in shallow marine environments[D]. Kiel: Christian-Albrechts-Universität zu Kiel.
- Klein G, Bohlen T, Theilen F, et al. 2005. Acquisition and inversion of dispersive seismic waves in shallow marine environments[J]. *Marine Geophysical Researches*, 26: 287-315.
- Knopoff L. 1964. A matrix method for elastic wave problems[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 54(1): 431-438.
- Kugler S, Bohlen T, Forbriger T, et al. 2007. Scholte-wave tomography for shallow-water marine sediments[J]. *Geophysical Journal International*, 168(2): 551-570.
- Landisman M, Dziewonski A, Sato Y. 1969. Recent improvements in the analysis of surface wave observations[J]. *Geophysical Journal International*, 17(4): 369-403.
- Lellouch A, Luo B, Huot F, et al. 2022. Microseismic analysis over a single horizontal distributed acoustic sensing fiber using guided waves[J]. *Geophysics*, 87(3): KS83-KS95.
- Levshin A L, Ritzwoller M H. 2001. Automated detection, extraction, and measurement of regional surface waves[J]. *Pure and Applied Geophysics*, 158: 1531-1545.
- Li J, Hanafy S, Schuster G. 2018. Wave-equation dispersion inversion of guided P waves in a waveguide of arbitrary geometry[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123(9): 7760-7774.
- Li Z B. 2020. Frequency-Bessel transform method for extracting dispersion information from seismic records[D]. Hefei: University of Science and Technology of China (in Chinese).
- Li Z, Chen X. 2020. An effective method to extract overtones of surface wave from array seismic records of earthquake events[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 125(3): e2019JB018511.
- Li Z, Shi C, Chen X. 2021a. Constraints on crustal P wave structure with leaking mode dispersion curves[J]. *Geophysical Research Letters*, 48(20): e2020GL091782.
- Li Z, Zhou J, Wu G, et al. 2021b. CC-FJpy: A Python package for extracting overtone surface-wave dispersion from seismic ambient-noise cross correlation[J]. *Seismological Research Letters*, 92(5): 3179-3186.
- Li Z, Shi C, Ren H, et al. 2022. Multiple leaking mode dispersion observations and applications from ambient noise cross-correlation in Oklahoma[J]. *Geophysical Research Letters*, 49(1): e2021GL096032.
- Lindsey N J, Martin E R, Dreger D S, et al. 2017. Fiber-optic network observations of earthquake wavefields[J]. *Geophysical Research Letters*, 44(23): 11792-11799.
- Luo Y, Xia J, Liu J, et al. 2007. Joint inversion of high-frequency surface waves with fundamental and higher modes[J]. *Journal of Applied Geophysics*, 62(4): 375-384.
- Luo Y, Xia J, Miller R D, et al. 2008. Rayleigh-wave dispersive energy imaging using a high-resolution linear Radon transform[J]. *Pure and Applied Geophysics*, 165: 903-922.
- Lysmer J. 1970. Lumped mass method for Rayleigh waves[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 60(1): 89-104.
- Maraschini M, Foti S. 2010. A Monte Carlo multimodal inversion of surface waves[J]. *Geophysical Journal International*, 182(3): 1557-1566.
- Mazzotti M, Bartoli I, Marzani A, Viola E. 2013. A coupled SAFE-2.5 D BEM approach for the dispersion analysis of damped leaky guided waves in embedded waveguides of arbitrary cross-section[J]. *Ultrasonics*, 53(7): 1227-1241.
- Mestayer J, Cox B, Wills P, et al. 2011. Field trials of distributed acoustic sensing for geophysical monitoring[C]//81st Annual International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, Expanded Abstracts, 4253-4257.
- Mordret A, Landès M, Shapiro N M, et al. 2013. Near-surface study at the Valhall oil field from ambient noise surface wave tomography[J]. *Geophysical Journal International*, 193(3): 1627-1643.
- Nakata N, Chang J P, Lawrence J F, et al. 2015. Body wave extraction and tomography at Long Beach, California, with ambient-noise interferometry[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 120(2): 1159-1173.
- Oliver J, Major M. 1960. Leaking modes and the PL phase[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 50(2): 165-180.
- Paillet F L, Cheng C H. 1986. A numerical investigation of head waves and leaky modes in fluid-filled boreholes[J]. *Geophysics*, 51(7): 1438-1449.
- Pan L, Chen X, Wang J, et al. 2019. Sensitivity analysis of dispersion curves of Rayleigh waves with fundamental and higher modes[J]. *Geophysical Journal International*, 216(2): 1276-1303.
- Park C B, Miller R D, Xia J, et al. 2005. Underwater MASW to evaluate stiffness of water-bottom sediments[J]. *The Leading Edge*, 24(7): 724-728.
- Pekeris C L. 1948. Theory of propagation of explosive sound in shallow water[J]. *Geological Society of America Memoirs*, 27: 1-116.
- Phinney R A. 1961. Leaking modes in the crustal waveguide: 1. The oceanic PL wave[J]. *Journal of Geophysical Research*, 66(5): 1445-1469.
- Poli P, Campillo M, Pedersen H, et al. 2012. Body-wave imaging of Earth's mantle discontinuities from ambient seismic noise[J]. *Science*, 338(6110): 1063-1065.
- Ponomarenko A V, Kashtan B M, Troyan V N, et al. 2017. Surface-wave inversion for a P-velocity profile with a constant depth gradient of the squared slowness[J]. *Geophysical Prospecting*, 65(4): 941-955.
- Robertsson J O A, Holliger K, Green A G, et al. 1996. Effects of near-surface waveguides on shallow high-resolution seismic refraction and reflection data[J]. *Geophysical Research Letters*, 23(5): 495-498.
- Rosenbaum J H. 1960. The long-time response of a layered elastic medium to explosive sound[J]. *Journal of Geophysical Research*, 65(5): 1577-1613.
- Roth M, Holliger K, Green A G. 1998. Guided waves in near-surface seismic surveys[J]. *Geophysical Research Letters*, 25(7): 1071-1074.

- Roth M, Holliger K. 1999. Inversion of source-generated noise in high-resolution seismic data[J]. *The Leading Edge*, 18(12): 1402-1406.
- Ryden N, Lowe M J S. 2004. Guided wave propagation in three-layer pavement structures[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 116(5): 2902-2913.
- Ryden N, Park C B. 2006. Fast simulated annealing inversion of surface waves on pavement using phase-velocity spectra[J]. *Geophysics*, 71(4): R49-R58.
- Shapiro N M, Campillo M. 2004. Emergence of broadband Rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise[J]. *Geophysical Research Letters*, 31(7).
- Shapiro N M, Campillo M, Stehly L, et al. 2005. High-resolution surface-wave tomography from ambient seismic noise[J]. *Science*, 307(5715): 1615-1618.
- Shaw P, Orcutt J. 1984. Propagation of PL and implications for the structure of Tibet[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 89(B5): 3135-3152.
- Shen W, Ritzwoller M H. 2016. Crustal and uppermost mantle structure beneath the United States[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 121(6): 4306-4342.
- Shi C W. 2022. Forward modeling and inversion of leaky-mode dispersion curves and the application in subsurface imaging[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology (in Chinese).
- Shi C W, Ren H, Li Z, et al. 2022. Calculation of normal and leaky modes for horizontal stratified models based on a semi-analytical spectral element method[J]. *Geophysical Journal International*, 230(3): 1928-1947.
- Shi C W, Ren H, Chen X. 2023. Dispersion inversion for P- and S-wave velocities based on guided P and Scholte waves[J]. *Geophysics*, 88(6): R721-R736.
- Shtivelman V. 2004. Estimating seismic velocities below the sea-bed using surface waves[J]. *Near Surface Geophysics*, 2(4): 241-247.
- Snyder A W, Love J D. 1983. Optical Waveguide Theory[M]. London: Chapman and hall.
- Somville O. 1930. A propos d'une onde longue dans la première phase de quelques séismogrammes[J]. *Gerlands Beitrage zur Geophysik*, 27: 437-442.
- Su S S, Dorman J. 1965. The use of leaking modes in seismogram interpretation and in studies of crust-mantle structure[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 55(6): 989-1021.
- Sun C, Wang Z, Wu D, et al. 2021. A unified description of surface waves and guided waves with relative amplitude dispersion maps[J]. *Geophysical Journal International*, 227(3): 1480-1495.
- Teng J W, Zhang Z J, Hu J F, et al. 2001. Rayleigh wave dispersion and three-dimensional velocity structure in the continent and its margin of Southeastern China[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 44(5): 663-677 (in Chinese).
- Thomson W T. 1950. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium[J]. *Journal of Applied Geophysics*, 21(1): 89-93.
- Thrower E N. 1965. The computation of elastic waves in layered media[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2: 210-226.
- Tonegawa T, Nishida K, Watanabe T, et al. 2009. Seismic interferometry of teleseismic S-wave coda for retrieval of body waves: an application to the Philippine Sea slab underneath the Japanese Islands[J]. *Geophysical Journal International*, 178(3): 1574-1586.
- Tonegawa T, Araki E, Matsumoto H, et al. 2022. Extraction of P wave from ambient seafloor noise observed by distributed acoustic sensing[J]. *Geophysical Research Letters*, 49(4): e2022GL098162.
- Treysede F, Nguyen K L, Bonnet-BenDhia A S, et al. 2014. Finite element computation of trapped and leaky elastic waves in open stratified waveguides[J]. *Wave Motion*, 51(7): 1093-1107.
- Treysede F. 2016. Spectral element computation of high-frequency leaky modes in three-dimensional solid waveguides[J]. *Journal of Computational Physics*, 314: 341-354.
- Uranus H P, Hoekstra H, Van Groesen E. 2004. Simple high-order Galerkin finite element scheme for the investigation of both guided and leaky modes in anisotropic planar waveguides[J]. *Optical and Quantum Electronics*, 36: 239-257.
- Valenciano J, Chaplain M A J. 2005. A Laguerre-Legendre spectral-element method for the solution of partial differential equations on infinite domains: Application to the diffusion of tumour angiogenesis factors[J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 41(10): 1171-1192.
- Vaziri Astaneh A, Guddati M N. 2016. Improved inversion algorithms for near-surface characterization[J]. *Geophysical Journal International*, 206(2): 1410-1423.
- Wang J, Wu G, Chen X. 2019. Frequency-Bessel transform method for effective imaging of higher-mode Rayleigh dispersion curves from ambient seismic noise data[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 124(4): 3708-3723.
- Wang X Q, Schubnel A, Fortin J, et al. 2012. High V_p/V_s ratio: Saturated cracks or anisotropy effects?[J]. *Geophysical Research Letters*, 39(11): L11307.
- Wang Y, Li Z, Geng J, et al. 2020. Seismic imaging of S-wave structures of shallow sediments in the East China Sea using OBN multicomponent Scholte-wave data[J]. *Geophysics*, 85(6): EN87-EN104.
- Wang Y, Teng J, Tian X. 2022. Crust and upper mantle structure beneath Southwest China and its implications for Mesozoic multistage gold deposits[J]. *Tectonophysics*, 838: 229474.
- Wang Z, Sun C, Wu D. 2024. Simultaneous estimation of P- and S-wave velocities by integrated inversion of Guided-P and surface wave dispersion curves[J]. *Surveys in Geophysics* (in Press). DOI: 10.1007/s10712-023-09814-8.
- Warner G A, Dosso S E, Dettmer J, et al. 2015. Bayesian environmental inversion of airgun modal dispersion using a single hydrophone in the Chukchi Sea[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 137(6): 3009-3023.
- Watson T H. 1972. A real frequency, complex wave-number analysis of leaking modes[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 62(1): 369-384.
- Wiggins R A. 1972. The general linear inverse problem: Implication of surface waves and free oscillations for earth structure[J]. *Reviews of Geophysics*, 10(1): 251-285.
- Wu B. 2016. The theory of normal modes of surface waves and Earth's free oscillations [D]. Hefei: University of Science and Technology of China (in Chinese).
- Wu B, Chen X. 2016. Stable, accurate and efficient computation of nor-

- mal modes for horizontal stratified models[J]. *Geophysical Journal International*, 206(2): 1281-1300.
- Wu B, Chen X. 2017. Accurate computation of leaky modes for anomalous layered models[J]. *Annals of Geophysics*, 60(6): S0663-S0663.
- Wu B, Chen X. 2022. A versatile solver of the normal modes for horizontal stratified complicated models[J]. *Seismological Research Letters*, 93(3): 1852-1867.
- Wu G X. 2020. Extraction of higher mode dispersion curve from ambient noise based on frequency-Bessel transform method and inversion of 3D shear velocity model in the US Continent[D]. Hefei: University of Science and Technology of China (in Chinese).
- Wu G, Pan L, Wang J, et al. 2020. Shear velocity inversion using multimodal dispersion curves from ambient seismic noise data of USArray transportable array[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 125(1): e2019JB018213.
- Xi C, Xia J, Mi B, et al. 2021. Modified frequency-Bessel transform method for dispersion imaging of Rayleigh waves from ambient seismic noise[J]. *Geophysical Journal International*, 225(2): 1271-1280.
- Xia J, Miller R D, Park C B. 1999. Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of Rayleigh waves[J]. *Geophysics*, 64(3): 691-700.
- Xia J, Miller R D, Park C B, et al. 2003. Inversion of high frequency surface waves with fundamental and higher modes[J]. *Journal of Applied Geophysics*, 52(1): 45-57.
- Yang T C, He J S, Lu G Y. 2013. Holonomic calculation of Rayleigh dispersion curves for pavement systems[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 44(2): 642-648 (in Chinese).
- Yang X, Luo Y, Xu H, et al. 2020. Shear wave velocity and radial anisotropy structures beneath the central Pacific from surface wave analysis of OBS records[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 534: 116086.
- Yao H, Xu G, Zhu L, et al. 2005. Mantle structure from inter-station Rayleigh wave dispersion and its tectonic implication in western China and neighboring regions[J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 148(1): 39-54.
- Yao H, Gouedard P, Collins J A, et al. 2011. Structure of young East Pacific Rise lithosphere from ambient noise correlation analysis of fundamental-and higher-mode Scholte-Rayleigh waves[J]. *Comptes Rendus Geoscience*, 343(8-9): 571-583.
- Yokoi T. 2010. New formulas derived from seismic interferometry to simulate phase velocity estimates from correlation methods using microtremor[J]. *Geophysics*, 75(4): SA71-SA83.
- Zhan Z, Ni S, Helmberger D V, et al. 2010. Retrieval of Moho-reflected shear wave arrivals from ambient seismic noise[J]. *Geophysical Journal International*, 182(1): 408-420.
- Zhang A, Afonso J C, Xu Y, et al. 2019. The deep lithospheric structure of the Junggar terrane, NW China: Implications for its origin and tectonic evolution[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 124(11): 11615-11638.
- Zhang K, Li H, Wang X, et al. 2020. Retrieval of shallow S-wave profiles from seismic reflection surveying and traffic-induced noise[J]. *Geophysics*, 85(6): EN105-EN117.
- Zheng X, Hu H. 2017. A theoretical investigation of acoustic monopole LWD individual waves with emphasis on collar wave and its dependence on formation[J]. *Geophysics*, 82(1): D1-D11.
- Zhou J, Zhang H. 2020. Exact Rayleigh-wave solution from a point source in homogeneous elastic half-space[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 110(2): 783-792.
- Zhou J, Chen X. 2022. Removal of crossed artifacts from multimodal dispersion curves with modified frequency-Bessel method[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 112(1): 143-152.
- Zhou W, Butcher A, Brisbane A M, et al. 2022. Seismic noise interferometry and distributed acoustic sensing (DAS): Inverting for the Firm layer S-velocity structure on Rutford ice stream, Antarctica[J]. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 127(12): e2022JF006917.
- Zhu J, Zhang X, Song R. 2010. A unified mode solver for optical waveguides based on mapped barycentric rational chebyshev differentiation matrix[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 28(12): 1802-1810.

附中文参考文献

- 何晓, 胡恒山. 2008. 横观各向同性孔隙地层中声波测井的分波模拟[J]. *力学学报*, 40(5): 663-671.
- 何晓. 2010. 横观各向同性地层声波测井波场模拟与地层渗透率反演[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学.
- 胡恒山, 马俊, 王克协. 1999. 井孔声场计算中的黎曼叶选择[J]. *吉林大学自然科学学报*, 10(4): 66-70.
- 李正波. 2020. 频率贝塞尔变换法提取地震记录中的频散信息[D]. 合肥: 中国科学技术大学.
- 史才旺. 2022. 泄漏模式频散曲线的正反演及其在地下结构成像中的应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学.
- 滕吉文, 张中杰, 胡家富, 等. 2001. 中国东南大陆及陆缘地带的瑞利波频散与剪切波三维速度结构[J]. *地球物理学报*, 44(5): 663-677.
- 吴勃. 2016. 面波和地球自由振荡的本征模理论[D]. 合肥: 中国科学技术大学.
- 吴高雄. 2020. 基于频率-贝塞尔变换方法从背景噪声中提取高阶面波频散曲线并反演美国大陆三维横波速度结构[D]. 合肥: 中国科学技术大学.
- 杨天春, 何继善, 鲁光银, 等. 2013. 道路结构型地层瑞利波相速度频散曲线的完整求取[J]. *中南大学学报: 自然科学版*, 44(2): 642-648.